# Розділ 6

# МОДЕЛЮВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПРО НАПРУЖЕНО-**ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТІЛ. СТАТИКА**

MSC.Nastran для розв'язування крайових задач про напружено-деформований стан (НДС) тіл застосовує постановку задачі у переміщеннях з використанням варіаційного принципу Лагранжа та методу скінченних елементів. Такі розрахунки можуть вимагати дуже значні об'єми оперативної та ще більше дискової пам'яті, а також займати багато часу на етапі обчислення. Це тому, що метод скінченних елементів породжує велику за розміром систему алгебраїчних рівнянь, яка займає багато пам'яті ПЕОМ та відносно довго розв'язується.

Основні теоретичні відомості про статичні крайові задачі про НДС тіл наведені у Додатку 5.

# 6.1. Завдання початкових і граничних умов у FEMAP

У Розділі 4.1. викладені загальні відомості щодо завдання граничних умов. Тут викладемо лише додаткові відомості, характерні для задач про НДС тіл.

Для цих задач розрізняють два типу граничних умов: ГУ 1-го роду (закріплення, переміщення вузлів, зв'язки ступенів свободи різних вузлів) та усі інші ГУ: зосереджені сили, розподілені на поверхні зусилля (природні ГУ, або ГУ 2-го роду), об'ємні (вага, інерційні та "температурні" сили).

## 6.1.1. Завдання початкових умов

За замовчанням вважається, що усі початкові умови – нульові. Однак можна призначити інші варіанти початкових умов, використавши для цього результати попередньо проведених розрахунків. Докладно про цю процедуру викладено у Розділі 4.1.4.5.

Увага: якщо у розрахунках необхідно враховувати температурні деформації, то потрібно:

• провести, якщо це ще не було зроблено, розрахунок теплового стану тіла (див. Розділ 5);

• за допомогою команди Model->Load->From Output... підключити один з отриманих векторів значень температури у вузлах як граничну умову задачі (див. Розділ 4.1.4.5, рис.4.4-а та рис.4.5-а);

• командою Model→Load→Body... викликати діалогову панель "Create Body Loads" (див. рис.5.1-а), перевірити або змінити (останнє припустимо тільки у випадку попереднього розв'язування стаціонарної задачі теплопровідності) значення температури тіла у полі "Reference Temperature" (зліва понизу), яка призначається для усіх вузлів СЕС.

# 6.1.2. Завдання граничних умов 1-го роду (закріплень, переміщень, зв'язків)

Щоб крайову задачу про НДС тіла можна було розв'язати, тіло обов'язково повинне мати такій набір ГУ 1-го роду (закріплення у просторі, завдані переміщення, зв'язки), які виключають для тіла усі можливості рухатися як жорстке ціле: як поступовим, так і обертальним чином. Але ці закріплення, переміщення та зв'язки не повинні суперечити розрахунковій схемі крайової задачі, створювати паразитні напруження та деформації.

Такі закріплення, відомі переміщення та зв'язки завжди відносяться програмою до вузлів СЕС.

Як вже зазначалося у Вступі, DOF – ступені свободи вузла скінченно-елементної сітки. Загалом їх шість: три – переміщення вузла вздовж координатної осі (позначаються як ТХ, ТУ та ТZ), три – обертання вузла навколо осі, що паралельна відповідної координатної осі (позначаються як RX, RY та RZ). Отже, для виключення можливості тілу рухатися як жорсткому цілому достатньо ввести ГУ 1-го роду для 6-ти ступенів свободи одного або декількох вузлів. При цьому потрібно враховувати, які DOF (ступені свободи) враховує скінченний елемент обраного типу (див. "Help" або Додаток 3). Наприклад, тривимірні CE – тільки перши три DOF, а вісесиметричні – тільки дві DOF: TR та TZ (для циліндричної системи координат позначення TX і TY змінюються на TR і TT), тобто тільки переміщення (на інші DOF можна не звертати уваги – усі призначання до них ігноруються).

У FEMAP ГУ 1-го роду можна задавати безпосередньо у вузлах, у вузлах на поверхні та на геометричних об'єктах (точках, лініях, поверхнях). Але й у останньому випадку вони передаються до вузлів, які *асоційовані з даними геометричними об'єктами* (про асоціації вузлів див. Розділ 4.1.2).

Команда **Model→Constraint→Set** дозволяє створити новий набір ГУ 1-го роду (тільки для закріплень) або обрати його зі списку раніш введених.

#### 6.1.2.1. Створення власної системи координат

Іноді для завдання граничних умов 1-го роду (і не тільки) потрібна система координат, яка має іншу орієнтацію осей, ніж глобальна. Командою Model→Coord Sys... викликається відповідна діалогова панель (див. рис.6.1), де потрібно: дати їй назву (Title); вказати тип глобальної системи (Ref CSys); при необхідності – змінити номер рівня (Layer) та колір зображення; вказати, чи буде вона декартовою, циліндричною або сферичною (Type); вказати метод обирання положення. Після команди "ОК" послідовно вводяться для методів:

Define Coordinate System		×
ID 3 Little	Ref CSys 0Global P	Rectangular 💌
Color 60 Palette Layer	1	
Method	Туре	
Angles C Workplane	<u> </u>	ОК
© ⊻Y Locate © ⊻Z Locate © ZX Locate	C Cyli <u>n</u> drical	
O XY <u>A</u> xes O YZ Ax <u>e</u> s O ZX Axe <u>s</u>	O Spherical	Cancel
	L	

Рис.6.1. Діалогова панель для створення власної системи координат

• Angles: координати початку нової системи, кути повертання відносно осей основної системи (градуси);

• Workplane: нічого (координати початку нової системи знаходяться "в нулях" робочої площині (РП), осі X та Y – паралельні осям X та Y РП, вісь Z – перпендикулярна РП);

• XY, YZ, ZX Locate: координати трьох точок, а саме початку нової систе-

ми, кінця першої осі (таким чином задається її напрямок), останньої точки, що визначає площину XY, YZ або ZX відповідно;

• XY, YZ, ZX Axes: координати початку нової системи, напрямок першої осі, напрямок другої осі.

## 6.1.2.2. Завдання граничних умов 1-го роду у вигляді закріплень

Create Constraints on Geometry	×				
Constraint Set 1 Untitled					
Color 120 Palette Layer 1					
Standard Types					
C Fixed					
C Pinned - No Translation					
C No <u>B</u> otation					
Advanced Types					
C Arbitrary in CSys -1Use Nodal Output Sys 💌					
C Surface Include Rotational DOF					
C Sliding along Surface (Symmetry)					
C Move Normal to Surface (AntiSymmetry)					
C Sliding in Specified Direction					
Cylinder / Hole					
Constrain Radial Growth					
Constrain Rotation around Axis					
Constrain Sliding along Axis					

Рис.6.2. Діалогова панель закріплення вузлів через геометричні об'єкти

Варіанти закріплення ступенів свободи вузлів (DOF) через *геометричні об'єкти* – стандартні та розширені (див. рис.6.2). У залежності від типу геометричного об'єкту дається команда Model→Constraint→On Point... (→On Curve... або →On Surface...), обираються об'єкти і призначається один із вказаних нижче варіантів закріплення.

У секції "Standard Types" для всіх типів геометричних об'єктів: "Fixed" – повне закріплення; "Pinned – No Translation" – повна заборона переміщень (шарнір); "No Rotation" – повна заборона обертань (тільки для вузлів, що мають DOF=456).

У секції "Advanced Types" (розширений тип закріплень) є такі варіанти:

• "Arbitrary in CSys" (в обраній зі списку системі, зокрема, й спеціально створеній) – повний контроль над всіма DOF вузлів, асоційованих з геометричним об'єктом. Увага: система "-1..Use Nodal

Output Set" – для виводу результатів у вузлах, яка автоматично створюється для вузлів, що асоціюються з геометричним об'єктом;

• "Surface" (на поверхні будь-якої геометрії):

- "Sliding along Surface (Symmetry)" (ковзання вздовж поверхні, тобто буде заборонено переміщення у нормальному до будь-якої точки поверхні напрямку (звичайно так моделюють відкинуту симетричну частину тіла); у робочому полі FEMAP на поверхні з'являться позначки "S");
- "Move Normal to Surface (AntiSymmetry)" (переміщення будуть можливими лише у напрямку нормалі до будь-якої точки поверхні; на ній з'являються позначки "N");
- "Sliding in Specified Direction" (переміщення будуть можливими лише у вказаному напрямку, дотичному до поверхні у будь-якій її точці; на поверхні з'являться позначки "**D**");

• "Cylinder / Hole" (на циліндричної поверхні, зокрема в отворі) – комбінація з таких варіантів (для виводу результатів у вузлах автоматично створюється локальна циліндрична система координат):

- "Constraint Radial Growth" закріплення у радіальному напрямку (DOF=1), на поверхні з'являться позначки "СR";
- "Constraint Rotation around Axis" заборона обертання навколо осі поверхні (DOF=2), на поверхні з'являться позначки "СТ";
- "Constraint Sliding along Axis" заборона переміщення вздовж осі поверхні (DOF=3), на поверхні з'являться позначки "CS".

Примітка 6.1. Якщо вузлі СЕС мають DOF обертання, то для призначення для них умов закріплення потрібно включити опцію "Include Rotational DOF" (застосовувати DOF обертання, тобто **DOF**=456). Тоді на поверхні до позначки додається "**R**");

Примітка 6.2. При запуску аналізу задачі за допомогою команди File→Analysis... та якщо немає створеного шаблону аналізу крайової задачі з'явиться панель із запитанням "Ок to Select Constraint Set(s) to expand?" ("Так", якщо потрібно обрати набір із закріпленням для розкладання) та поясненням "Model has Advanced Constraints that must be expanded before translation if you are not using Analysis Set Manager" (В моделі є розширені умови закріплення, які потрібно розкласти на вузлові, якщо не використовується шаблон аналізу крайової задачі). Якщо дати команду "Ні", то такі умови закріплення будуть проігноровані.

Примітка 6.3. Є сенс ще до запуску процесу розв'язування задачі довести умови закріплення до вузлів (за допомогою команди Model→Constraint→Expand..., див. Розділ 4.1.4.6) і ретельно перевірити, які локальні координати у вузлах були введені і які DOF були реально закріплені (див. також Розділ 6.1.2.6).

Команда Model $\rightarrow$ Constraint $\rightarrow$ Nodal... викликає діалог введення ГУ 1-го роду у вигляді закріплення безпосередньо для вузлів. Спочатку обирається вузол або декілька (всі) вузли з однаковими закріпленнями. З'являється діалогова панель "Create Nodal Constraints/DOF" (див. рис.6.3). Тут можна змінити координатну систему "Coord Sys", самостійно вказати DOF, що будуть заборонені (встановити "прапорці") або призначити за допомогою кнопок один з варіантів: "Free" (усі DOF – вільні); "Fixed" (усі DOF – заборонені); "Pinned" (тільки обертання); "No Rotation" (тільки лінійні переміщення); "X Symmetry", "Y Symmetry" або "Z Symmetry" (тіло та ГУ мають симетрію у вказаному напрямку); "X AntiSymm", "Y Anti-Symm" або "Z AntiSymm" (тіло та ГУ мають антисиметрію у вказаному напрямку).

Примітка 6.4. Як це вже зазначалося у Розділі 3.3.2.1, ще на етапі створення скінченно-елементної сітки (СЕС) можна виключити деякі DOF всіх вузлів СЕС. Щоб ці призначення змінити, зовсім не потрібно видаляти СЕ та створювати їх знов. Достатньо ввести нові значення для усіх вузлів (див. попередній абзац).

reate Nodal Constraints/DOF					
Constraint Set 1	Constr_01				
Color 120 Palette	Layer	1	Coord Sys 0G	ilobal Rectangul	ar 💌
			≚ Symmetry	× <u>A</u> ntiSym	
	Fixed	Pinned	Y Symmetry	Y An <u>t</u> iSym	
L BX L BY L BZ	<u><u>F</u>ree</u>	No <u>H</u> otation	Z Symmetry	Z AntiSy <u>m</u>	Lancel

D ()	TT •		•	•
Puc 6 3		пацепь	29 LUDI ULUU	DV2 TID
1 nc.o.o.	діалої оба	nancib	Jakpinatonna	DYSHID
	/ 1			•

Примітка 6.5. Як це вже зазначалося у Розділі 1.6, ще на етапі створення розрахункової моделі, якщо тіло має геометричну площину симетрії та всі умови навантаження теж симетричні відносно цієї площини, то симетричну частину потрібно відкинути, замінивши відкинуту частину граничними умовами симетрії: заборонити ступені свободи (**DOF**) вузлів скінченно-елементної сітки, що розташовані на цієї площині, в напрямку, *перпендикулярному* до цієї площини. Таких площин може бути декілька: 1, 2 або 3. При цьому:

• приблизно у 2, 4 або 8 разів (відповідно) зменшується розмір системи рівнянь, що породжується методом скінченних елементів;

• у стільки же разів зменшуються потрібний розмір оперативної пам'яті та пам'яті на магнітному носії;

• ще значніше зменшується час розв'язування системи рівнянь;

• дійсно досягається симетрія розв'язку крайової задачі.

Досить часто замість команди Model→Constraint→Nodal... зручніше користуватися можливостями команди Model→Constraint→Nodal on Face... (закріплення у вузлах на грані). Докладно про варіант призначень ГУ (не тільки 1-го роду) у вузлах на грані (Nodal on Face...) викладено у Розділі 4.1.1.

Увага: грані СЕ (називаються "Face ID") мають номери від 1 до 6 максимум; інші грані та об'єкти – номери 1 та вище.

6.1.2.3. Завдання граничних умов 1-го роду у вигляді переміщень або кутів обертання



Рис.6.4. Діалогова панель для введення граничних умов до окремих об'єктів тіла

Коли заздалегідь відомо про закон переміщення або обертання вузла або іншого об'єкта проекту, відповідне ГУ задається за допомогою команд Model→Load: призначається тип об'єкта для прикладення ГУ (→Nodal..., →Nodal on Face..., інші) і обираються об'єкти; на діалоговій панелі "Create Loads on ... ", що з'являється (див. рис.6.4), обирається "Displacement" (переміщення) або "Enforces Rotation" (призначений кут обертання, у градусах), виконуються інші дії (див. Розділи 4.1.3 та 4.1.4).

Увага: варіанти ГУ "Velocity" (швидкість), "Acceleration" (прискорення) та "Rotational Acceleration" (прискорення

при обертанні) *не є ГУ 1-го роду*, тому нагадаємо про обов'язковість завдання ГУ 1-го роду для тіла (див. перший абзац Розділу 6.1.2).

## 6.1.2.4. Завдання граничних умов 1-го роду у вигляді зв'язків

У Розділі 3.4.1. вже розглядувалися зв'язки між вузлами, які створювалися за допомогою СЕ типу **RIGID**. У FEMAP є ще одна можливість створення зв'язків між вузлами – за формулою  $\sum a_i q_i = 0$ , де  $q_i$  – ступені свободи вузлів,  $a_i$  – призначені коефіцієнти.

Командою Model→Constraint→Equation... викликається діалогова панель "Create Constraint Equation" (див. рис.6.5-а), на якій вказуються: ID формули; колір зображення зв'язків; рівень (Layer); значення коефіцієнту  $a_i$ ; номер вузла; ступені свободи DOF, що зв'язуються. Дається команда "Add" (додати) і вказана інформація з'являється у великому вікні діалогової панелі. Коли усі компоненти даної суми набрані, дається команда "OK". Якщо у сумі є значна кількість вузлів з однаковими призначеннями (окрім їх номерів), то можна кнопкою "Multiple Nodes…" викликати стандартний діалог обирання вузлів. У FEMAP є обмеження для кількості членів у сумі: до 70. На рис.6.5-а зображено стан діалогового вікна після подання команди "Add" перед командою "OK", тобто після формування рівняння TY(55) - TY(34) = 0, яке вказує, що переміщення вузлів 55 і 34 у напрямку координатної осі Y повинні бути однаковими.

Create Constraint Equation		
Constraint Set 1 Constr_01	Select Type of Constraint	Constraint List Options
ID       1       Cool (8312)       Palette       Layer       1         Coefficient       -1       +1. * Node 55 TY       -1. * Node 34 TY         DOF       TX       RX       -1. * Node 34 TY         DOF       TX       RZ         Add       Replace       OK	Model Based Nodal Constraints C Constraint Equations Geometry Based O Dn Point O Dn Curve O Dn Surface	☐       Select All         ✓       Nodal Constraints         ☐       Constraint Equations         Geometry Based          ☐       On Point         ☐       On Surface         ☐       K
a)	വ്	B)

Рис.6.5. Діалогові панелі: а) – створення рівняння зв'язку між DOF вузлів; б) – вибору об'єктів для редагування закріплень; в) – вибору об'єктів для видалення закріплень

Для повернення до попередньої ситуації є кнопка "**Replace**", для видалення непотрібних або помилково набраних компонентів суми – команда "**Delete**".

6.1.2.5. Редагування або видалення граничних умов 1-го роду

Для редагування вже сформованого списку ГУ 1-го роду дається команда Modify->Edit>Constraint..., на панелі (див рис.6.5-б) обирається потрібний варіант умов, дається команда "OK". Обираються об'єкти з ГУ 1-го роду, дається команда "OK" і, якщо така модифікація можлива, одна за одною будуть з'являться відповідні діалогові панелі із заповненими полями, які можна редагувати. Але така можливість реалізується не завжди. Якщо таке редагування не вдалося, приходиться видаляти окремі групи ГУ (командою Delete-Model->Constrain – Individual... викликається діалогова панель "Constrain List Options" (дів. рис.6.5-в), обираються варіанти ГУ, що будуть видалятися) або навіть весь список з ГУ (командою Delete->Model->Constrain – Set...), а потім створювати знов.

#### 6.1.2.6. Контроль закріплення тіла

Для контролю введених ГУ 1-го роду потрібно за допомогою команди List-Model-Constraint... викликати стандартну діалогову панель для обирання списків з ГУ, після чого з'явиться панель, що зображено на рис.6.5-в, на якій потрібно обрати необхідні варіанти ГУ та дати команду "OK". У вікні повідомлень з'явиться відповідний список. Якщо він не поміщується у стандартну кількість рядків, необхідно її збільшити, як це описано у Розділі 1.5.



Рис.6.6. Контроль закріплення тіла: а) – запитання щодо підключення постійних вузлових зв'язків; б) – результат перевірки умов закріплення тіла

Якщо умови закріплення доведені до вузлів (зокрема, за допомогою команди **Model→Constraint→Expand...**), можна застосувати автоматичний варіант контролю. Дається команда **Tools→Check→Constraints...**, дається відповідь на запитання (див. рис.6.6-а) щодо підключення для аналізу постійних вузлових зв'язків. У вікні повідомлень з'явиться звіт (див. рис.6.6-б). У рядках "**Translation**" та "**Rotation**" буде вказано загальну кількість заборонених або постійно зв'язаних ступенів свободи вузлів за переміщенням та обертанням відповідно. У сумі їх не повинно бути менше, ніж шість; причому у рядку "**Translation**" не повинно бути нулів. У рядку "**Rotation**" можуть бути нулі, навіть усі, оскільки обертання тіла можна запобігти забороною переміщень вузлів. **Увага**: якщо СЕ не враховує якісь **DOF**, то й при аналізу призначених умов закріплення на ці **DOF** не треба звертати уваги.

У трьох останніх рядках звіту показуються максимальні відстані між вузлів за напрямками **X**, **Y** і **Z**. **Увага**: якщо у *двох* стовпчиках одночасно усі значення (для напрямків **X**, **Y** або **Z**) близькі до нуля або нулі, то це неприпустима ситуація, окрім випадку, коли у рядку "**Rotation**" у напрямку зі *третьою* назвою – не нуль та коли ця **DOF** – значуща. Це тому, що всі нулі у стовпчику означають, що всі ці вузли лежать в одній площині; а всі нулі у двох стовпчиках – на одній осі. Отже, відносно цієї осі тіло може обертатися, якщо у рядку "**Rotation**" для цієї осі – нуль.

#### 6.1.3. Завдання силових граничних умов

## 6.1.3.1. Завдання об'ємних силових граничних умов

На діалоговій панелі "Create Body Loads" (див. рис.6.7), яка викликається командою Model→Load→Body... (англ. Body – маса, тіло), можна визначити (окрім початкової температури тіла) об'ємні (потенційні) сили, що будуть діяти на все тіло. Вони можуть призначатися:





• у секції "Acceleration" параметрами "Translation/Gravity" як осьові компоненти вектора прискорення (у системі SI розмірність – м/с<sup>2</sup>), що виникає під дією цих сил (наприклад, прискорення вільного падіння);

• у секції "Acceleration" параметрами "Rotation" ( $A_x$ ,  $A_y$  та/або  $A_z$ ) як компоненти кутового прискорення обертання (у системі SI розмірність – радіан/с<sup>2</sup>) відносно осей X, Y, Z. При цьому вважається, що тіло обертається відносно точки, координати якої задаються значеннями "Center of Rotation" у секції "Origin";

• у секції "Velocity" параметрами "Rotation" ( $W_x$ ,  $W_y$  та/або  $W_z$ ) як кіль-

кість обертів за прийняту одиницю часу (у системі SI розмірність – об/с) навколо осей X, Y та/або Z.

## 6.1.3.2. Завдання статичних лінійних силових граничних умов

Статичні лінійні силові ГУ – це зосереджені сили, моменти та тиск. На діалоговій панелі для введення граничних умов до окремих об'єктів (див. рис.6.4) обирається один з варіантів: "Force" (сила), "Force per Area" (сила на площині), "Force per Node" (сила у вузлі), "Moment" (момент), "Moment per Area" (момент на площині), "Moment per Node" (момент у вузлі) або "Pressure" (тиск. Увага: додатне значення тиску – тиск, що діє *у тіло*).

Відповідне ГУ задається за допомогою команди **Model→Load**: призначається тип об'єкта для прикладення ГУ (→Nodal..., →Nodal on Face..., інші) і обираються об'єкти; на діалоговій панелі "Create Loads on … ", що з'являється (див. рис.6.4), обирається "Displacement" (переміщення) або "Enforces Rotation" (призначений кут обертання, у градусах), виконуються інші стандартні дії, розглянуті у Розділах 4.1.3. та 6.1.2.3.

## 6.1.3.3. Завдання нелінійних силових граничних умов

У FEMAP можна задати у вузлах сили такі, що залежать від зміщення або швидкості руху обраного вузла.

Команда Model→Load→Nonlinear Force викликає діалогову панель, яку зображено на рис.6.8. У секторі Relationship (взаємозв'язок) є 4 варіанта таких зв'язків (див. табл.6.1): Tabular Function (відповідно до табличної функції, яка обирається зі списку створених раніше функцій у секторі "Options"); Product of Two Variables (від двох змінних); Positive Variable to a Power (степенева функція, при додатної змінної); Negative Variable to a Power (степенева функція, при негативної).

Bapiaнт у секторі Relationship	Формула (F=Сила, Х=Переміщення/Швидкість)
Tabular Function	$F_i(t) = Scale \cdot Table(X_j(t))$
Product of Two Variables	$F_i(t) = Scale \cdot X_j(t) \cdot X_k(t))$
Positive Variable to Power	$F_{i}(t) = \begin{cases} Scale \cdot [X_{j}(t)]^{Power}, \text{ якщо } X_{j}(t) > 0\\ 0, & \text{якщо } X_{j}(t) \le 0 \end{cases}$
Negative Variable to Power	$F_{i}(t) = \begin{cases} -Scale \cdot [-X_{j}(t)]^{Power}, \text{ якщо } X_{j}(t) < 0\\ 0, \qquad $

Таблиця 6.1. Визначення сили від зміщення або швидкості руху обраного вузла

У секторі "**Apply Force To**" вказуються номера вузла та його ступені свободи (вузол можна обрати курсором "миші" на робочому полі FEMAP), до яких сила буде прикладеною; у секторі "**Based On**" – теж номера вузла/вузлів та його/їх ступені свободи, а також величину (**Type**), від якої сила буде залежати: **0..Displacement** (зміщення) або **1..Velocity** (швидкість).

Інші варіанти нелінійності, які можна реалізувати у FEMAP, пов'язані з геометричною або фізичною нелінійністю.

# 6.2. Завдання опцій та параметрів нелінійного аналізу

Коли у задачі передбачається будьяка нелінійність, для кожного з наборів навантажень (активізувати командою **Model→Load→Set...**) потрібно завдати опції та параметри нелінійного аналізу.

Командою Model→Load→Nonlinear Analysis... викликається діалогова панель "Load Set Options for Nonlinear

Create Nonlinear Transient Forces			×
Load Set 1 Load_01			
Color 10 Palette Layer 1	Apply Fo Node DOF	44 2	
<ul> <li>Tabular Function</li> </ul>			
O Product of Two Variables	Based U	n	
O Positive Variable to a Power	Node	46	
C Negative Variable to a Power	DOF	2	
_ Options	Туре	0Displacement	]
Scale Factor 6000	Node		
Power	DOF		
Table 1Fun_Time_01	Туре	0Displacement	Cancel

Рис.6.8. Діалогова панель завдання сили залежною від зміщення або швидкості руху обраного вузла

**Analysis**" (див. рис.6.9-а). На ній кнопкою "**Default**" спочатку встановлюються типові значення. Кнопкою "**Copy…**" можна з набору навантажень, де призначення вже зроблені, скопіювати дані для поточного набору.

Load Set Options for Nonlinear Analysis	×	Advanced Load Set Options for Nonlinear	Analysis X
Load Set 1 Load 01		Load Set 1 Load_01	
		Arc-Length Solution Strategy	Advanced
C Off ⊙ Static C Creep C 1	Fransient	Constraint Type 1Crisfield	Max Diverging Conditions 3
Basic	Convergence Tolerances		Quasi-Newton Vectors 25
		Min ArcLen Adjust Ratio 0,25	Max Line Searches / Iter 4
Number of Increments		Max ArcLen Adjust Ratio 4,	Line Search Tolerance 0,5
Time Increment 0,	✓ Load	Scale for Constraint Load	Max Bisections / Increment 5
Max Iterations / Step 25	₩ork 1,E-7	Desired Iterations 12	Max Rotation per Bisection 20,
Stiffness Updates	Solution Strategy Overrides	Max Increments 20	Stress Fraction Limit 0,2
Method 0Default	C Arc-Length Method		Max Adjusted vs Initial 20,
Iterations Before Update 5	O None or Advanced Overrides	Additional Transient Options	
	• Full Newton-Raphson	Time Step Skip Factor 5	
Output Control	Modified Newton-Raphson	Steps for Dominant Period	Overall Struct Damping (G)
Intermediate 3ALL 💌	Line Search	Bounds to Maintain Step 0.75	System Damp Freq (W3·Hz)
Output Even Nih Step	Quasi-Newton		Elem Damp Freq (W4·Hz)
Budar Every Hurstep	M Bisection	Min Stability Folerance 10,1	
Advanced Copy Defa	ults <u>O</u> K Cancel	<u> </u>	Cancel
8	u)		ნ)



У секціях панелі вказується:

• у "Solution Туре" – тип задачі: статична (Static), повзучість (Creep) або еволюційна (Transient);

• у "Basic" – кількість часових кроків (Number of Increments), розмір часового кроку (Time Increment) та максимальну кількість ітерацій на кожному кроці (Max Iterations / Step). При лінійному статичному аналізі завжди робиться лише один крок: від початкового стану до кінцевого. При розв'язуванні нелінійної задачі всі навантаження, що задані, будуть прикладеними до тіла не відразу, а з наростанням *однаковими частками*. Для цього вводиться внутрішній параметр з назвою **Time** (позначимо як  $\tau$ ), який змінюється від 0 до 1 за формулою  $\tau = n \cdot \Delta \tau$ , де n – номер поточного кроку навантаження,  $\Delta \tau = 1/N$ , а N – кількість таких кроків, яке вводиться у діалоговому полі "Number of Increments". Відповідно до цього серед результатів розрахунку буде N таблиць, у назві яких присутнє значення **Time**, для якого цей результат отримано. Якщо з якоїсь причини процес розв'язування задачі перервано (наприклад, фатальна помилка як результат виродження геометрії CE), то кількість таблиць буде меншою, ніж число N. Ця кількість може й перевищувати число N, якщо програма MSC.Nastran прийняла рішення про доцільність зменшення кроку навантаження (була задіяна адаптивна процедура);

• у "Stiffness Updates" – один з 5-ти методів (AUTO, ITER, SEMI, TSTEP, ADAPT) модифікації матриці жорсткості тіла (МЖ); а також кількість ітерацій (Iteration Before Update), через яку матриця буде модифікуватися. Якщо метод обрано невірно, автоматично буде встановлено той, що використовується "за замовчанням", тобто 0..Default. У випадку нелінійної статичної задачі (Static) можна застосовувати AUTO, ITER або SEMI. У інших (нестатичних) – AUTO, TSTEP та ADAPT, причому у 0..Default використовується метод ADAPT, тобто з автоматичним вибором часового кроку. У методі AUTO МЖ оновлюється виходячи з оцінок збіжності різних чисельних методів (квазіньютонівського, з лінійною ітерацією, половинного поділу) та обиранням того з них, що дасть мінімальну кількість оновлень МЖ. Метод SEMI подібний методу АUTO, але оновлення МЖ обов'язково проводиться й на першої ітерації після зміни навантаження, що буває ефективно для високонелінійних процесів. Методи ITER та TSTEP проводять оновлення МЖ після кожної порції з кількості ітерацій, яка вказана у полі "Iteration Before Update", що також може бути ефективним для високонелінійних процесів, зокрема коли передбачається, що геометрія тіла у процесі деформування може різко змінитися (наприклад, в задачі про "проклацювання"). Метод TSTEP застосовується при нелінійному аналізі у часі (Transient);

• у "Output Control" – формування таблиць результатів на проміжних часових кроках (варіанти опції "Intermediate": 0..Default (за замовчанням), YES (виводити), NO (не виводити), ALL (на усіх кроках)) для типів задачі "Static" та "Creep" або через вказану кількість кроків (Output Every Nth Step) для типу задачі "Transient", коли значення "Intermediate" обрано як YES;

• у "Convergence Tolerances" – допуски (точність) для задоволення умов збіжності для навантажень (Load), переміщень (Displacement) та внутрішньої роботи (Work);

• у "Solution Strategy Overrides" – коректування процесу розв'язування глобальної нелінійної системи алгебраїчних рівнянь, яка породжується методом скінченних елементів.

Звичайно корегування роблять, якщо виникають проблеми у одержанні розрахунків. Це може бути обумовлено специфічними властивостями крайової задачі, тому загальних рекомендацій немає. Зокрема, метод "Arc-Length Method" формує величину часового кроку (та довантаження) з урахуванням інформації про переміщення вузлів тіла. Повний метод Ньютона-Рафсона (Full Newton-Raphson) дуже швидко збігається, але потребує додаткового часу для створення додаткової матриці для повної матриці САР на кожній ітерації. Модифікований метод Ньютона-Рафсона (Modified Newton-Raphson) не потребує такої дії, але збігається значно повільніше, тому для його прискорення можуть застосовуватися додаткові процедури: "Line Search" (лінійного пошуку), "Quasi-Newton" (квазіньютонівське прискорення) та/або "Bisection" (половинного поділу).

Кнопкою "Advanced..." викликається діалогова панель "Advanced Load Set Options for Nonlinear Analysis" (див. рис.6.9-б) для призначення додаткових параметрів, що корегують (тут не розглядаємо). Звичайно це потребує значного досвіду користувача.

Увага. Тільки деякі скінченні елементи можуть моделювати нелінійний статичний аналіз та аналіз еволюційних процесів, причому з особливостями, вказаними у таблиці:

Тип СЕ	Особливості			
DEAM	Геометрія і матеріал (пластичний шарнір у кожному кінці СЕ,			
DEAM	центральна секція, поперечний зсув; кручення – лінійне)			
GAP	Матеріал (різна поведінка при розтягу і стискуванні/зсуві)			
HEX, PENTA, TETRA	Геометрія і матеріал			
ONROD, ROD, TUBE	Геометрія і матеріал (тільки осьове; кручення – лінійне)			
	Геометрія (PSHELL та PCOMP) і матеріал (тільки PSHELL; попе-			
QUAD4, INIAS	речний зсув – лінійний)			

Більшість інших типів СЕ можуть включатися в нелінійну модель тіла за умовою, що вони остаються лінійними на протязі усього аналізу. Найчастіше помилкове застосування СЕ у нелінійному аналізі пов'язано с використанням СЕ типу BAR, RIGID та GAP.

Примітка 6.6. Задача з лінійним матеріалом теж може розв'язуватися як і задача нелінійної пружності, якщо:

• у тілі будуть враховуватися значні переміщення. Наприклад, при моделюванні спіральної пружини;

• навантаження тіла буде перевищувати критичні значення. Це буде так звана закритична поведінка тіла, або задача про його стійкість (див. Розділ 6.3.6).

## 6.3. Моделювання статичних крайових задач про НДС тіл

Статичні крайові задач про НДС тіл можуть бути лінійно та нелінійно пружні, пружнопластичні, з урахуванням температурних деформацій та повзучості матеріалу. Окремі класи задач – задачі про стійкість тіл, про оптимізацію конструкцій, та про контакт тіл.

Основні теоретичні відомості про крайові задачі про НДС тіл викладено у Додатку 5. Більшість дій, необхідних для створення моделі крайової задачі у FEMAP розглянуто у Розділі 2 (створення геометричної моделі), Розділі 3 (створення скінченно-елементної моделі), Розділі 4 та Розділі 6.1 (загальні відомості про завдання початкових і граничних умов). Тому тут викладемо лише додаткові відомості, характерні для різних типів крайових задач.

#### 6.3.1. Крайові задачі лінійної пружності та термопружності

Лінійна пружність – найпростіший варіант задачі. Для матеріалу достатньо задати модулі пружності. Якщо за результатами розрахунку буде оцінюватися запас міцності у тілі, то ще додатково потрібно ввести граничні напруження; якщо температурні деформації (термопружність) – коефіцієнт лінійного температурного подовження (див. Розділ 3.1). Про завдання початкових умов див. Розділ 6.2.1.1; ГУ 1-го роду – Розділ 6.1.2; силових граничних умов - Розділ 6.1.3. Крім того, для задачі термопружності необхідно ввести у початкові умови таблицю розподілу температури у тілі (див. Розділ 6.1.1), яку було отримано при попередньому розв'язуванні задачі теплопровідності.

Для запуску процесу розрахунку крайової задачі дається команда File->Analyze..., на діалоговій панелі "NASTRAN Analysis Control" обирається у списку "Analysis Type" (див. рис.4.6-а) значення "1..Static" (тобто статична задача). Всі інші дії, пов'язані з запуском процесу розрахунку крайової задачі, вже описані в Розділі 4.2. Цей тип крайової задачі можна розв'язувати із застосуванням внутрішнього аналізатора FEMAP з назвою FEMAP Structural. Для цього потрібно спочатку створити шаблон аналізу (див. Розділ 4.2.5).

У процесі розв'язування задачі на екрані монітору можуть з'являтися повідомлення, що потребують давати відповіді "Так" або "Ні", попередження про деякі не фатальні помилки, а іноді – навіть фатальні. Наприклад, фатальну помилку викличе відсутність наборів початкових та/або граничних умов, недостатнє закріплення тіла тощо.

#### 6.3.2. Крайові задачі нелінійної пружності для ізотропного матеріалу

Від формулювання задачі лінійної пружності відрізняються:

• завданням властивості *ізотропного* матеріалу як нелінійного пружного (Nonlinear Elastic, див Розділ 3.1: на діалоговій панелі "Define Nonlinear Material" (див. рис.3.3-а) у полі "Function Dependence" потрібно вказати на заздалегідь створену функцію нелінійної залежності напруження від деформації (типу 4..vs. Stress – діаграму деформування матеріалу, яка повинна бути заданою у 1-му та 3-му квадрантах, щоб моделювати різні властивості матеріалу при розтягу та стиску) або залежності від температури (типу 2..vs. Temperature);

• встановленням опцій нелінійної задачі командою Model→Load→Nonlinear Analysis... (див. Розділ 6.2). Спочатку кнопкою "Default..." потрібно встановити ті, що передбачені "за замовчанням" для варіанту типу задачі "Static", потім у діалоговому вікні "Number of Increments" – вказати кількість кроків навантаження (>0), у вікні "Max Iterations / Step" – максимальну кількість ітерацій на кожному кроці навантаження, а у вікні "Intermediate" – виводити чи ні проміжні результати; у секції "Convergence Tolerances" – точність розв'язування САР; у секції "Solution Strategy Overrides" – вказати інший метод розв'язування САР (при бажанні). Увага: задана точність розв'язування нелінійної задачі може оказатися завищеною, що приведе до завчасного припинення процесу розв'язування задачі з фатальними помилками;

• обиранням на діалоговій панелі "NASTRAN Analysis Control" (викликається командою File→Analyze...) у списку "Analysis Type" (див. рис.4.6-а) значення "10..Nonlinear Static" (тобто нелінійна статична задача); встановленням опції "Large Disp" (модифікований підхід Лагранжа (Updated Lagrange Procedure)). Крім того, щоб у таблицях результатів можна було побачити напруження та деформації, потрібно у полі "Output Types" обрати варіант "2..Displacement and Stress" (у варіанті "0..Standard" їх немає). Тоді при імпортуванні результатів розрахунків з файлу з розширенням імені .op2 з'явиться діалогова панель із запитанням: OK to Read Nonlinear Stresses and Strains? (чи зчитувати інформацію про напруження та деформації, які обумовлені нелінійної поведінкою матеріалу?).

## 6.3.3. Крайові задачі нелінійної пружності для матеріалу типу "гума"

Від формулювання задачі *нелінійної* пружності для ізотропного матеріалу розрізняється завданням на діалоговій панелі "**Material Type**" (див. рис.3.2-б) варіанту "**Hyperelastic**" та призначенням на діалоговій панелі "**Define Hyperelastic Material**" потрібних властивостей матеріалу (див. рис.6.10-а та Розділ Д5.1.4.3. Додатків).

1	5	· · 1			· · · ·	,	1 / 1
efine	e Hyperel	astic Materi	ial				×
ĮD  1		<u>I</u> itle Hype	r_01	Color 55	Palette	Layer 1	Type
Disto	ortional De	formation Con:	stants ( <u>Aij</u> )				
	0	1	2	3	4	5	
0	0.0	0,	0,	0,	0,	0,	Land
1 0	),	0,	0,	0,	0,		
2 0	),	0,	0,	0,			<u>S</u> ave
3  0.	),	0,  0	O,	_			Сору
4  U	), 1	U,	_				
0 10	<i>),</i>	_					
⊻olui r	imetric Def	ormation Cons	stants (Di)			Therm <u>E</u> xp	0,
0,		0,	0,	JO,	ļ0,	Mass De <u>n</u> sity	0,
Strai	in Energy F	Polynomial Ord	ler (0=Default)-			Damping	0,
	Distoj	(tional JU		Vol <u>u</u> metric  U		Re <u>f</u> Temp	0,
- Е <u>х</u> ре	erimental D Cimela	ata Functions	(Ctrl-F to Selec	t, Blank=Constan	t)	]	
Ter	simple en/Comp	Tension	Simple Shear	r Fure Shear	Compression		<u>0</u> K
0		0	0	0	0		Cancel
				a)			
				aj			

Рис.6.10. Діалогові панелі введення властивостей матеріалу: а) – гіперпружного типу "гума"; б) – пружно-пластичного для моделі Друкера-Прагера Увага: не усі типи СЕ можуть моделювати такий матеріал. У "Help" рекомендують перевіряти це перед застосуванням бажаного типу СЕ.

У секції "Distortional Deformation Constants (Aij)" задаються компоненти матриці  $A_{ij}$ ,

причому  $A_{00} = 0$ , а в секції "Volumetric Deformation Constants (Di)" – компоненти  $D_i$ .

Для неогуківського матеріалу – тільки  $A_{10}$  та  $D_1$ ; для лінійної моделі Муні-Рівліна –

 $A_{10}$ ,  $A_{01}$  та  $D_1$ . Для більш точних моделей потрібно ввести й інші компоненти, а також у секції "Strain Energy Polynomial Order (0=Default)" – величини в полях "Distortional" та "Volumetric", які вказують на ступень апроксимаційних поліномів: від 0 до 4 (0 – лінійний, 1

"Volumetric", які вказують на ступень апроксимаційних поліномів: від 0 до 4 (0 – лінійний, 1 – квадратичний, …) для частин функціоналу пружної енергії, що описують "викривлення" та зміну об'єму відповідно.

Є й інший варіант. За допомогою функції типу 4..vs. Stress можна задати залежності напружень від деформацій: Simple Ten/Comp (простий розтяг/стиск), Equibiaxial Tension (двовісний розтяг), Simple Shear (простий зсув), Pure Shear (чистий зсув), Pure Vol Compression (чистий об'ємний стиск).

Оскільки переміщення та деформації – значні та дуже значні, то при прикладенні силових навантажень у відповідних місцях необхідно задати їх залежними від зміщення точки прикладення (див. Розділ 6.1.3.3).

При запуску процесу розв'язування крайової задачі рекомендують обирати ітераційний метод розв'язування системи алгебраїчних рівнянь (встановити опцію "Iterative Solver" на діалоговій панелі "NASTRAN Analysis Control").

## 6.3.4. Крайові задачі пружно-пластичності

Від формулювання задачі нелінійної пружності для ізотропного матеріалу розрізняється завданням на діалоговій панелі "Define Nonlinear Material" (див. рис.3.3-а) у полі "Nonlinearity Type" властивості матеріалу як нелінійного з *пластичними* деформаціями: Elasto-Plastic (Bi-linear) або Plastic, див. Розділ 3.1.

Тут нагадаємо, що потрібно обрати критерій плинності (зі списку "Yield Criterion"), обов'язково задати величину межі плинності матеріалу (Initial Yield Stress) для критеріїв плинності "0..fon Mises" та "1..Tresca"; або значення "2\*Cohesion" (подвоєне значення коефіцієнту зчеплення) та "Angle of Internal Friction" (кут внутрішнього тертя) для критеріїв плинності "2..Mohr-Coulomb" та "3..Drucker-Prager" (для матеріалів типу ґрунтів). Також потрібно завдати модуль лінійного зміцнення (Plasticity Modulus, H) для пружнопластичного матеріалу з кусково-лінійною апроксимацією (Elasto-Plastic, Bi-Linear) або (для випадку "Plastic") обрати заздалегідь створену функцію нелінійної залежності напруження від деформації (типу 4..vs. Stress) – діаграму деформування матеріалу. У полі "Hardening Rule" потрібно обрати модель зміцнення матеріалу; "0.Isotropic", "1.Kinematic" або "2.Isotropic+Kinematic". Кнопка "Extended Material Model…" призначена для врахування впливу температури або швидкості деформування або обох факторів одночасно на межу плинності (підключенням функції 2..vs.Temperature та/або 9..vs.Strain Rate) для критерію плинності "0..fon Mises", а також викликає діалогову панель "Extended Drucker-Prager Material" (див. рис.6.10-6).

Увага: при розв'язуванні задач з ґрунтами бажано враховувати гравітаційне тяжіння (задавати у вигляді прискорення вільного тяжіння, що діє у всьому об'ємі);

Можна розв'язувати для малих або значних (опція "Large Disp") деформаціях.

# 6.3.5. Крайові задачі повзучості

Ці задачі – еволюційні, коли деформації у тілі (та напруження) залежать від часу. Від формулювання задачі нелінійної пружності розрізняється:

• завданням на діалоговій панелі "Define Nonlinear Material Creep Properties" (викликається з діалогової панелі "Define Nonlinear Material" кнопкою "Creep>>", див. рис.3.3а) одного з декількох варіантів опису властивості матеріалу при повзучості (див. Розділ 3.1); • створенням двох ідентичних наборів навантаження (створити один набір, командою **Model→Load→Copy...** зробити його копію);

• для першого набору навантаження (призначити активним за допомогою команди Model→Load→Set...) завданням на діалоговій панелі "Load Set Options for Nonlinear Analysis" (викликається командою Model→Load→Nonlinear Analysis...) варіанту "Static" та значень у активних полях та хоча б у одному полі "Convergence Tolerances";

• для другого набору навантаження (призначити активним) завданням на тій же діалоговій панелі варіанту "Creep" аналогічних значень у активних полях та додатково кількість часових кроків "Number of Time Steps" і розмір часового кроку у полі "Time Increment". Увага: повний час моделювання тіла в умовах повзучості буде визначатися результатом перемноження величин полів "Number of Time Steps" та "Time Increment". Оскільки у програмі застосовується алгоритм автоматичної корекції часового кроку (у бік зменшення, коли це потрібно з умов стійкості розв'язку та погодженості просторово-часової алгебраїзації задачі), то результати розрахунків звичайно мають більшу кількість таблиць, ніж це задається у полі "Number of Time Steps".

## 6.3.6. Крайові задачі про пружну стійкість тіл

Перше ніж моделювати таку задачу, доцільно ознайомитися з викладеним у Розділі Д5.2.7 Додатків.

Усі типи СЕ можуть застосовуватися, але є такі обмеження:

• матеріал – тільки лінійно-пружній;

• щоб мати задовільну точність, СЕ типу **CURVED BEAM** не повинен перекривати дугу кола більшу, ніж 15 градусів;

• вісесиметричні СЕ моделюють тільки вісесиметричні складові критичного подовжнього навантаження и форми втрати стійкості, які звичайно не є найнижчими;

• двовимірні СЕ (ПНС і ПДС) моделюють тільки двовимірні складові критичного подовжнього навантаження и форми втрати стійкості, які звичайно не є найнижчими.

Від моделювання задач лінійної пружності відрізняються тим, що:

• при запуску процесу розрахунку крайової задачі (команда File->Analyze...) на діалоговій панелі "NASTRAN Analysis Control" обирається у списку "Analysis Type" (див. рис.4.6-а) значення "7..Buckling" (стійкість); у секції "Additional Info" вказується бажана кількість перших форм втрати стійкості тіла "Number of Eigenvalues", або діапазон ("From" – Від, "To" – До) розшукуваних значень параметра  $\beta$  (це – коефіцієнт запасу щодо стійкості тіла, докладніше про нього – у Розділі Д5.2.7 Додатків). Увага: якщо у полі "From" задати додатне значення, то деякі форми втрати стійкості програмою можуть бути пропущені. Цей тип крайової задачі можна розв'язувати із застосуванням внутрішнього аналізатора FEMAP з назвою FEMAP Structural. Для цього потрібно спочатку створити шаблон аналізу (див. Розділ 4.2.5);

• серед результатів розрахунку є один набір результатів статичного розрахунку з назвою MSC/NASTRAN Case 1 та стільки наборів результатів розрахунків на стійкість, скільки призначено у параметрі "Number of Eigenvalues" або відповідають вказаному діапазону параметра  $\beta$ . Їх назви починаються зі слова Eigenvalues, потім – номер критичного стану, потім – значення параметра  $\beta$ . Якщо  $\beta$  – від'ємний, то це може вказувати на протилежний напрямок діючих на тіло навантажень. Якщо деякі значення  $|\beta|$  менше одиниці, то це означає, що задане навантаження тіла перевищує відповідні критичні навантаження.

Результати розрахунків доцільно переглядати у режимі "**Deform**" (переглянути форми втрати стійкості).

**Примітка 6.7.** Оскільки форми втрати стійкості одержуються на основі узагальненої проблеми про власні форми коливань тіла, причому у MSC.Nastran до уваги беруться тільки *згинальні* форми, то усі силові навантаження, що не відповідають відповідним схемам навантаження тіла, будуть проігноровані.

Примітка 6.8. Після проведення такого розрахунку часто виникає бажання отримати більш докладну інформацію про поведінку тіла після втрати стійкості. Її можна отримати, якщо провести розрахунок тіла у варіанті нелінійного статичного аналізу (див. Розділ 6.3.2) з навантаженням, яке дешо перевишує критичне. Матеріал можна задати як лінійнопружний, нелінійно-пружний або пружно-пластичний. При цьому досить часто необхідно додатково ввести хоча б незначну силу, "що обурює", або незначний дефект геометрії тіла, щоб викликати втрату стійкості тіла (звичайно при дещо нижчих рівнях навантаження, ніж у ідеальних умовах, тобто буде змодельована більш реалістична ситуація). Це потрібно робити тоді, коли нелінійний аналіз не виявив втрату стійкості конструкції. Якщо передбачається, що геометрія тіла у процесі нелінійного статичного аналізу може різко змінитися (наприклад, у задачі про "проклацювання", яка є різновидом задач про втрату стійкості тіла, див. Розділ Д5.2.7 Додатків), то у секції "Stiffness Updates" необхідно обрати метод ITER та у полі "Iteration Before Update" ввести число 1, тобто потребувати оновлення матриці жорсткості САР після кожної ітерації. Результати нелінійного статичного аналізу доцільно переглядати у вигляді кривих залежності обраної функції (переміщення, напруження, ...) у вузлі (або СЕ) від внутрішнього параметру **Time** (траєкторія переміщень вузла, історія зміни напружень у вузлі, ...).

Примітка 6.9. Якщо при формулюванні завдання ввести значення параметру BUCKLE=2 (тобто PARAM, BUCKLE, 2, див. Розділ 4.3.2), то буде проведено нелінійний аналіз про стійкість тіла із застосуванням будь-якого метода розв'язування нелінійної САР (не тільки ITER).

Увага: крайові задачі про пружну стійкість тіл мають значну специфіку, тому при їх моделюванні потрібно чітко представляти себе, які граничні умови прикладати, а також проводити ретельну перевірку та осмислення отриманих результатів.

#### 6.3.7. Крайові задачі про контакт тіл

Контактні задачі формулюються для двох або більшої кількості тіл. При цьому тіла можуть мати як кінцеву (тіло, що деформується), так й нескінченну жорсткість (жорстке тіло або обмеження). У першому випадку спочатку створюються скінченно-елементні моделі тіл, потім вони "зв'язуються" у єдине контактними СЕ типу GAP у одновимірному та типу SLIDE LINE у дво- та тривимірному випадку. У *другому* випадку контактна поверхня *жор*сткого тіла покривається СЕ типу PLOT ONLY, вузли яких зв'язуються контактними СЕ типу GAP або SLIDE LINE з вузлами скінченно-елементної моделі тіла, що деформується.

Увага: якщо поверхня контакту відома, а також відсутнє взаємне проковзування поверхонь контакту, задачу доцільно розв'язувати як неконтактну, об'єднавши два тіла у одне.

або SLIDE LINE створюються за допомогою команди Контактні СЕ типу GAP **Model→Element...** (див. Розділ 3.4.1).

Проблеми при створенні контактних СЕ типу GAP (зазор) пов'язані з тим, що він не може мати довжину, що дорівнює нулю, а також допускає лише незначний натяг.

Якщо при створенні "Property" контактного СЕ на діалоговій панелі "Define Property - SLIDE LINE Element Type" обрати варіант "Symmetrical Penetration", то будуть враховуватися тільки симетричні члени матриці жорсткості контактного СЕ, що прискорює розрахунок, але дещо знижує його точність.

Необхідно враховувати, що СЕ типу SLIDE LINE не має своєї координатної системи, але повинен знаходитися у площині ХҮ. Тому, якщо ця умова не виконується у глобальної системі координат, у потрібному місці необхідно створювати відповідним чином орієнтовану локальну систему координат, в якій і задавати СЕ типу SLIDE LINE.

Фактично контактний СЕ типу SLIDE LINE містить інформацію про можливу зону контакту двох поверхонь, оскільки при його створенні послідовно (від початкового до кінцевого) вказуються (окремо на сторонах кожного тіла) всі вузли майбутнього контакту. У описаних таким чином можливих контактних поверхнях програма шукає вузли, що протистоять один одному з деяким допуском (контактні пари вузлів), потім між ними створює СЕ типу GAP (лінія, що з'єднує два вузли, для моделювання роботи на розтяг (звичайно з незначною жорсткістю для моделювання, наприклад, сил молекулярного притягання), стиск і зсув). Увага: оскільки контактний СЕ типу GAP не може бути створеним з нульовою довжиною, то одне з тіл, що контактують, спочатку потрібно посунути як жорстке тіло (щоб з'явився зазор між ними) у напрямку, перпендикулярному до поверхні, створити всі СЕ типу SLIDE LINE та потім надати тілу вірне положення. Про параметри таких СЕ див. у таблиці 3.2., про їх створення – у Розділі 3.4.1. Додамо, що жорстке зміщення CE зручно проводити за допомогою команди "Modify→Move By→Element…".

Оскільки СЕ типу SLIDE LINE – плоский, то він включає в зону контакту лише один ряд вузлів. Тому в об'ємних та вісесиметричних контактних задачах необхідно вузли СЕС розміщувати рівними рядами з погодженою відстанню між ними. Якщо такі ряди контактних СЕ створювати методом копіювання раніше створених, то виникають співпадаючі вузли, які необхідно виявляти та ліквідувати ще до надання тілу, що посунуте, вірного положення.

Усі ці умовності та додаткові дії значно ускладнюють створення контактного "зв'язку".

Контактна задача – принципово нелінійна, тому необхідно задати опції нелінійного аналізу (Model→Load→Nonlinear Analysis..., див. Розділ 6.2); при запуску процесу розв'язування задачі на діалоговій панелі "NASRAN Analysis Control" (див. рис.4.6-а) потрібно призначити тип задачі як "10..Nonlinear Static", відключити опцію "Large Disp", оскільки переміщення - малі.

Крім того, у FEMAP можна підготувати контактні задачі для пакетів програм ABAQUS, LS-DYNA3D, MARC, ANSYS та NE/NASTRAN. Для цього застосовують інструменти, що викликаються командою **Model→Contact...** (тут не розглядаємо).

## 6.3.8. Крайові задачі про оптимізацію конструкції

У MSC.Nastran peaniзовано ітераційний алгоритм, в якому підбирається один з вказаних параметрів СЕ типу ROD, BAR або PLATE таким чином, щоб мінімізувалася цільова функція. У MSC.Nastran 2001 є лише одна цільова функція: Minimize Weight, тобто мінімальна вага тіла.

Спочатку потрібно для СЕ, що будуть приймати участь у процесі оптимізації, призначити новий Property, але з тими же значеннями (створити Property, після команди Mod**ify** $\rightarrow$ **Update Elements** $\rightarrow$ **Property ID** обрати CE та призначити їм новий **Property**).

Потім – перевірити (або призначити) у секції "Limit Stress" діалогової панелі для завдання властивостей матеріалу (команда Model→Material... або Modify→Edit→Material...) граничні напруження при розтягу (Tension), стиску (Compression) та зсуву (Shear).

Design Optimization	×
C Goal C ⊻ary C Limit Property 1 0. <vonmises stress<250.<br="">Property 2 0.<vonmises stress<380.<="" th=""><th>Goal - Design Objective Minimize Weight</th></vonmises></vonmises>	Goal - Design Objective Minimize Weight
	Vary - Design Variables Attribute Plate: Thickness Property 2 Maximum 500
	Value Minimum 10     Percent Change / Iter %     Limit - Design Constraints  Response Plate: Von Mises Stress
<pre>&lt;&lt; Add   &lt;&lt; Edit   &lt;&lt; Multiple  </pre>	Property 2 Maximum 380 Minimum
<u>D</u> elete <u>R</u> eset	OK Cancel



Наступна дія: командою Model-> Optimization... викликати діалогову па-"Design **Optimization**" нель (див. рис.6.11). Призначення ведуться послідовно у трьох секціях. У секції "Goal - Design Objective" (радіокнопка Goal) обирається цільова функція та вказується обмеження у кількості ітерацій (Мах Design Cycles).

У секції "Vary - Design Variables" (радіокнопка Vary) обирається геометричний параметр СЕ, за рахунок змінювання якого буде проводитися оптимізація: для СЕ типу ROD – Area, Torsion Constant; для **BAR** – Area, I1, I2 (головні моменти інерції), Torsion Constant; для PLATE – Thickness (про параметри див.

табл.3.2). Також вказується ID (номер) того Property, який мають CE, що будуть приймати участь у процесі оптимізації; границі зміни розмірів (Maximum та Minimum), причому можна застосовувати конкретні значення (Value) або відсотки відхилення від вихідного значення

(Percent); крок зміни в ітераціях (Change/Iter), причому нульове значення вказує на автоматичний вибір цього кроку програмою. Коли усі призначення для обраного ID Property зроблені, потрібно додати їх у список кнопкою <<Add. Для редагування цього списку є кнопки Delete та Reset, а для внесення змін у раніше створені дані – кнопка <<Edit.

У секції "Limit - Design Constraints" (радіокнопка Limit) для кожного Property зі списку "Response" обирається характеристика напружено-деформованого стану (функція), на основі якої буде проводитися оптимізація, вказуються максимальні та мінімальні (Maximum, Minimum) її значення, що допускаються (незаповнене значення дорівнює нулю). Доступні ті же кнопки з тими же функціями.

Кнопка **«Multiple** дозволяє *одночасно* обрати декілька **Property**, які з'являться у списку з однаковими параметрами оптимізації, після чого ці параметри можна редагувати та вносити зміни за допомогою кнопки **«Edit**.

При запуску процесу розрахунку крайової задачі (команда File→ Analyze...) на діалоговій панелі "NASTRAN Analysis Control" обирається у списку "Analysis Type" (див. рис.4.6-а) значення "8.. Design Optimization" (оптимальне проектування). Якщо було створено декілька наборів навантажень (Load), то на цій панелі з'явиться кнопка "Loads" для обирання декількох наборів для проведення оптимізації.

Нові значення параметру СЕ, за рахунок змінювання якого була проведена оптимізація, поміщуються у таблицю результатів розрахунків. Зокрема, для СЕ типу PLATE це буде таблиця **..Plate Top Fiber** (верхній шар пластини, тобто половина її товщини). Інформація про те, як змінювалися цей та деякі інші параметри в ітераціях, поміщається у таблиці, які можна переглянути у вигляді функції: команда View→Select, радіокнопка XY of Function, кнопка Model Data..., список Select у секції Function, функції 1..Design Objective (маса), 2..Max Value of Constraint (максимальна реакція зв'язків), 3..Prop 1: Thickness (товщина для Property 1), 3..Prop1: Rod Area (площа перерізу стержня) або інші подібні (залежать від типу СЕ та умов оптимізації). У MSC.Nastran 2001 мінімізовані значення автоматично округляються до значення зі стандартного ряду розмірів (у попередніх версіях – ні).

Після відповідної зміни розмірів СЕ у **Property** доцільно провести звичайний (статичний) розрахунок для оновленої геометрії тіла.