

# 2

## РОЗДІЛ 2

### РОЗЯГ І СТИСК СТРИЖНІВ

#### 2.1. Статично визначувані системи

##### 2.1.1. Напруження в поперечних перерізах стрижня. Пружні деформації

**2.1.** Сталевий стрижень завдовжки 500 мм і поперечним перерізом  $40 \times 10$  мм розтягується силою 80 кН. Обчислити нормальні напруження, абсолютно і відносне видовження стрижня. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 200$  МПа;  $\Delta l = 0,5$  мм;  $\varepsilon = 0,001$ .

**2.2.** Чавунна колона кільцевого поперечного перерізу, що має зовнішній діаметр 300 мм, товщину стінки 30 мм і висоту 3 м, стискається силою 1000 кН. Знайти напруження в поперечному перерізі колони, а також її абсолютно і відносне укорочення. Модуль пружності чавуну  $E = 1,6 \times 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 39,3$  МПа;  $\Delta l = 0,73$  мм;  $\varepsilon = 2,46 \cdot 10^{-4}$ .

**2.3.** Сталевий болт з'єднує два дерев'яні бруси (рис. 2.1). Діаметри стрижня болта  $d = 16$  мм, отворів у брусах і шайбах  $d_0 = 17$  мм. Яким має бути зовнішній діаметр шайб  $D$ , щоб за напруження в ненарізаній частині болта 80 МПа тиск шайб на брус не перевищував 5 МПа?

*Відповідь:*  $D = 64$  мм.

**2.4.** Поршень діаметром  $D = 200$  мм (рис. 2.2) перебуває під тиском  $p = 5$  МПа. Визначити напруження в сталевому штоку та його абсолютно видовження, якщо діаметр штока  $d = 40$  мм, довжина  $l = 0,4$  м, модуль пружності матеріалу штока  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 125$  МПа;  $\Delta l = 0,25$  мм.

**2.5.** Сталевий стрижень завдовжки 2,5 м під дією осьового навантаження видовжився на 1,5 мм. Визначити напруження в стрижні, якщо модуль пружності сталі  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 126$  МПа.

**2.6.** Чавунна труба завдовжки 1 м під дією стискальної сили укоротилася на 0,5 мм. Зовнішній діа-

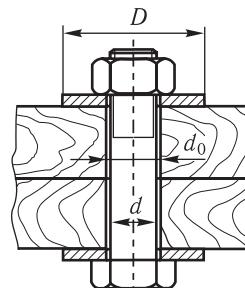


Рис. 2.1

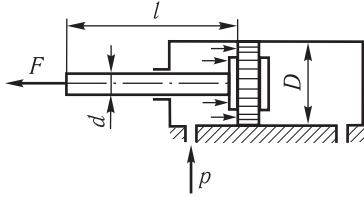


Рис. 2.2

метр труби 100 мм, внутрішній — 80 мм. Обчислити силу і напруження в трубі, вважаючи, що  $E = 1,6 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 80$  МПа;  $F = 226,08$  кН.

**2.7\***. Сталевий дріт діаметром 3 мм під дією осьового навантаження 500 Н видовжився на 0,53 мм. Визначити напруження і довжину дроту. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 70,7$  МПа;  $l = 1499$  мм.

**2.8.** Швелер № 16 завдовжки 2 м під дією осьової сили отримав абсолютне видовження 0,8 мм. Обчислити напруження і силу, що розтягує швелер, якщо модуль пружності  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 80$  МПа;  $F = 144,8$  кН.

**2.9.** Сталевий стрижень завдовжки  $l = 430$  мм і площею поперечного перерізу  $A = 300 \text{ mm}^2$  під навантаженням  $F = 30$  кН видовжився на  $\Delta l = 0,2$  мм. Обчислити модуль пружності  $E$  матеріалу стрижня.

*Відповідь:*  $E = 2,15 \cdot 10^5$  МПа.

**2.10.** Чавунний стрижень діаметром 50 мм стискується силою 250 кН. Обчислити діаметр стрижня після деформації. Коефіцієнт Пуассона для чавуну  $\mu = 0,25$ , модуль пружності  $E = 1,6 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $d = 50,01$  мм.

**2.11.** Під час розтягування вініпластового стрижня діаметром 25 мм було зареєстровано зменшення діаметра на 0,027 мм і видовження, що дорівнює 0,3 мм на довжині 100 мм. Чому дорівнює коефіцієнт Пуассона для вініпласти?

*Відповідь:*  $\mu = 0,36$ .

**2.12\***. Визначити напруження в сталевому стрижні діаметром 50 мм, навантаженому осьовою силою, якщо під дією цієї сили його діаметр зменшився на 0,015 мм. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,3$ .

*Відповідь:*  $\sigma = 200$  МПа.

**2.13.** Під час навантаження сталевого стрижня круглого поперечного перерізу діаметром 20 мм силою 40 кН було зареєстровано зменшення діаметра на 0,004 мм і видовження на базі 50 мм, що дорівнює 0,032 мм. Визначити модуль пружності й коефіцієнт Пуассона сталі.

*Відповідь:*  $E = 1,99 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu = 0,31$ .

**2.14.** Побудувати епюри поздовжніх сил і нормальніх напружень для стрижнів, зображені на рис. 2.3, за  $F = 10$  кН,  $A = 250 \text{ mm}^2$ .

**2.15.** Побудувати епюри поздовжніх сил і нормальніх напружень, а також визначити абсолютне видовження сталевого стрижня (рис. 2.4) з такими даними:  $l_1 = l_2 = 1$  м;  $l_3 = 1,5$  м;  $l_4 = l_5 = 0,3$  м;  $l_6 = 0,8$  м;  $F_1 = F_4 =$

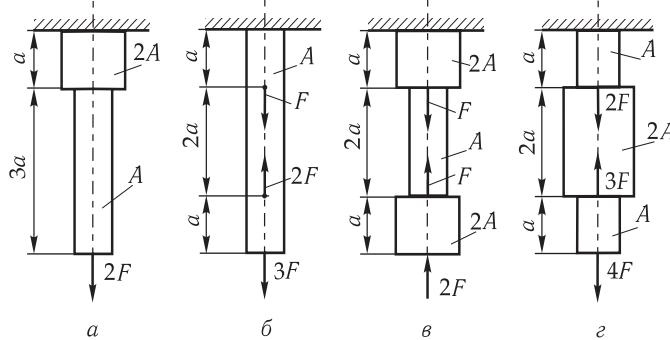


Рис. 2.3

$= 100$  кН;  $F_2 = 70$  кН;  $F_3 = 200$  кН;  $F_5 = 50$  кН;  $d_1 = 40$  мм;  $d_2 = 30$  мм;  $d_3 = 20$  мм. Модуль пружності  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Відповідь:  $\Delta l = 0,59$  мм.

**2.16\***. Сталева пластина завтовшки 20 мм і розмірами, зазначеними на рис. 2.5, розтягується силою  $F = 75$  кН. Побудувати епюру нормальних напружень і визначити абсолютне видовження пластини.

Відповідь:  $\Delta l = 0,26$  мм.

**2.17.** Опору у вигляді зрізаного конуса, що має висоту  $h$  і діаметри основ  $d_0$  і  $d$ , навантажено силою  $F$  (рис. 2.6). Наскільки зменшиться висота  $h$  від дії навантаження?

Відповідь:  $\Delta l = \frac{4Fh}{\pi E d d_0}$ .

**2.18.** Сталеві стрижні (рис. 2.7) розтягуються силою  $F = 200$  кН. Визначити напруження у по-перечних перерізах  $A-A$  і  $B-B$  стрижнів і абсолютне видовження стрижнів. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Відповідь:  $\sigma_{A-A} = 70,8$  МПа;  $\sigma_{B-B} = 159,2$  МПа; а)  $\Delta l = 1,9$  мм; б)  $\Delta l = 2,25$  мм.

**2.19.** Знайти видовження частини дюралюмінієвої шпильки, що є всередині деталі, вважаючи, що сила  $F = 50$  кН розподіляється по довжині цієї частини за законом нахиленої прямої  $ab$

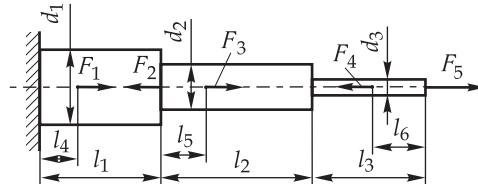


Рис. 2.4

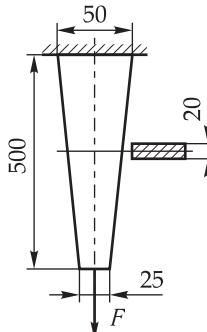


Рис. 2.5

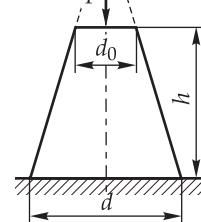


Рис. 2.6

(рис. 2.8). Модуль пружності дюралюмінію  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа. За розрахунковий взяти середній діаметр різьби  $d = 22$  мм.

*Відповідь:*  $\Delta l = 0,99$  мм.

**2.20.** Сталевий болт з'єднує дві жорсткі деталі (рис. 2.9). Яке додаткове напруження виникне в ненарізаній частині стрижня болта після додаткового підтягування гайки на  $1/6$  оберта? Крок різьби  $S = 3$  мм. Деформацією різьби і деталей знехтувати. Вважати, що після підтягування гайки напруження в гвинті не перевищить границі пропорційності матеріалу гвинта. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 125$  МПа.

**2.21.** Штабка з прикріпленим до неї за допомогою заклепок кутиком розтягується силою  $F = 200$  кН (рис. 2.10). Діаметр отворів під заклепки  $d = 11$  мм. Визначити середнє напруження в небезпечному перерізі штабки.

*Відповідь:*  $\sigma = 188,7$  МПа.

**2.22.** Дві плити, з'єднані між собою за допомогою двох швелерів, сприймають навантаження  $F = 500$  кН (рис. 2.11). Діаметр отворів під заклепки

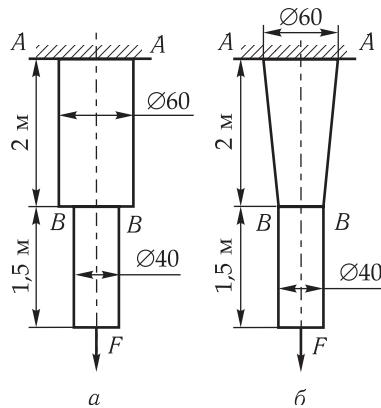


Рис. 2.7

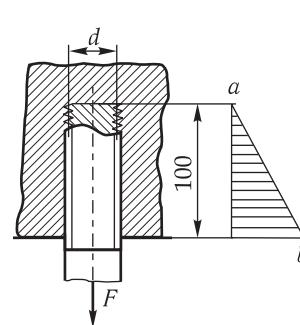


Рис. 2.8

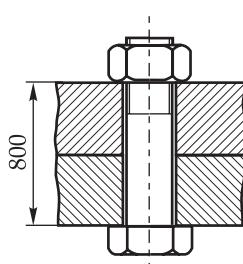


Рис. 2.9

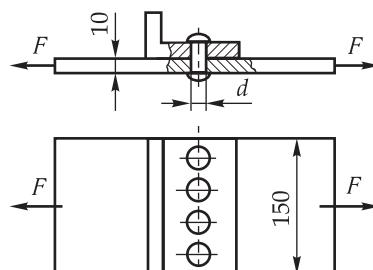


Рис. 2.10

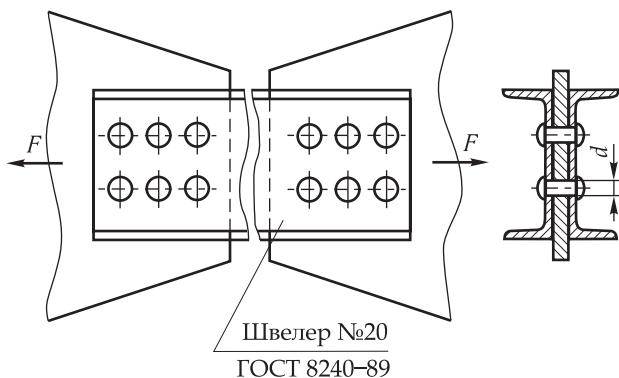


Рис. 2.11

$d = 26$  мм. Визначити напруження в неослабленому й ослабленому перерізах швелерів.

*Відповідь:*  $\sigma_h = 106,8$  МПа;  $\sigma_{oc} = 120,8$  МПа.

**2.23.** До ступінчастого стрижня круглого поперечного перерізу прикладено дві однакові сили  $F$  (рис. 2.12). Напруження на лівій ділянці стрижня 80 МПа. Яке напруження на правій ділянці стрижня?

*Відповідь:*  $\sigma = 111,1$  МПа.

**2.24\***. Два стрижні, сталевий і дюралюмінієвий, однакової довжини під дією однакових розтягючих зусиль видовжились на однакову величину. Чому дорівнює діаметр дюралюмінієвого стрижня, якщо діаметр сталевого 10 мм? Модуль пружності сталі  $E_c = 2 \times 10^5$  МПа, дюралюмінію  $E_d = 0,7 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $d = 16,9$  мм.

**2.25.** Під дією однакового вантажу сталевий дріт діаметром  $d_1 = 1,6$  мм, завдовжки  $l_1 = 4$  м видовжився на 2 мм, а мідний з розмірами  $d_2 = 3,2$  мм і  $l_2 = 3$  м — на 0,65 мм. Визначити модуль пружності мідного дроту, якщо модуль сталевого  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $E_m = 1,15 \cdot 10^5$  МПа.

**2.26.** Дві трубки, мідна і дюралюмінієва, стягнуті болтом за допомогою масивних шайб (рис. 2.13). В результаті затягування сумарна довжина трубок зменшилася на 0,02 мм. Визначити напруження в стрижні болта після затягування. Модуль пружності міді  $E_m = 1 \times 10^5$  МПа, дюралюмінію  $E_d = 0,7 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma = 25$  МПа.

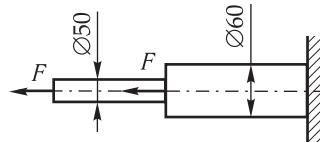


Рис. 2.12

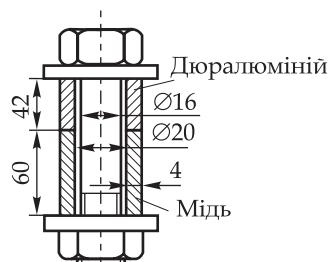


Рис. 2.13

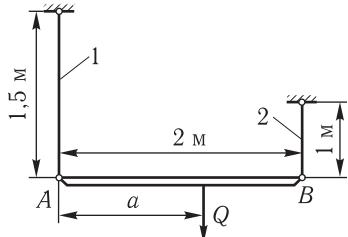


Рис. 2.14

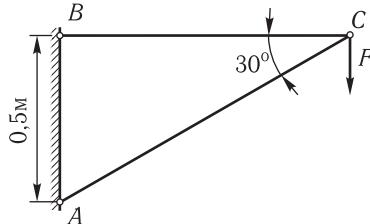


Рис. 2.15

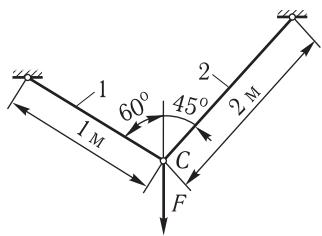


Рис. 2.16

**2.27.** Жорсткий брус  $AB$ , деформацією яко-го можна знехтувати, підвішено на тягах 1 і 2 круглого перерізу (рис. 2.14). Тяга 1 сталева діаметром 20 мм, тяга 2 мідна діаметром 25 мм. На якій відстані  $a$  від вузла  $A$  потрібно підвісити вантаж  $Q$ , щоб після деформації бруса  $AB$  залишився горизонтальним? Які будуть напруження в тягах, якщо  $Q = 30$  кН?

*Відповідь:*  $a = 1,08$  м;  $\sigma_{(1)} = 44$  МПа;  $\sigma_{(2)} = 33$  МПа.

**2.28.** До вузла  $C$  кронштейна  $ABC$  прикладено силу  $F = 50$  кН (рис. 2.15). Стрижень  $BC$  сталевий діаметром 30 мм, стрижень  $AC$  дюралюмінієвий діаметром 40 мм. Визначити напруження в стрижнях, а також вертикальне, горизонтальне і повне переміщення вузла  $C$ . Модуль пружності сталі  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа, дюралюмінію  $E_d = 0,7 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\sigma_{AC} = -79,6$  МПа;  $\sigma_{BC} = 122,6$  МПа;  $\Delta_r = 0,53$  мм;  $\Delta_B = 3,19$  мм;  $\Delta = 3,23$  мм.

**2.29\*.** Визначити горизонтальне, вертикальне та повне переміщення вузла  $C$  стрижневої системи (рис. 2.16), навантаженої силою  $F = 30$  кН. Стрижень 1 сталевий з площею поперечного перерізу  $500 \text{ mm}^2$ , стрижень 2 мідний з площею поперечного перерізу  $400 \text{ mm}^2$ . Модуль пружності сталі  $E_c = 2 \cdot 10^5$  МПа, міді  $E_M = 1 \cdot 10^5$  МПа.

*Відповідь:*  $\Delta_r = 0,53$  мм;  $\Delta_B = 1,36$  мм;  $\Delta = 1,46$  мм.

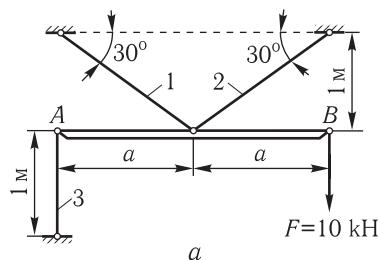
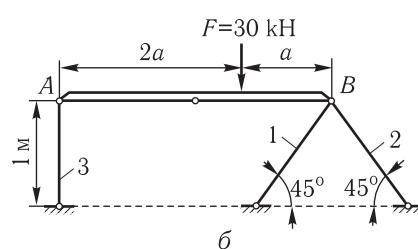


Рис. 2.17 а



б



Рис. 2.18

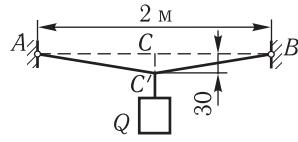


Рис. 2.19

**2.30.** Визначити напруження в поперечних перерізах пружніх стрижнів і вертикальне переміщення точки прикладання зовнішньої сили  $F$  (рис. 2.17). Стрижні сталеві з площею поперечного перерізу  $200 \text{ mm}^2$ . Брус  $AB$  вважати абсолютно жорстким. Модуль пружності сталі  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ .

*Відповідь:* а)  $\sigma_{(1)} = \sigma_{(2)} = 100 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(3)} = 50 \text{ MPa}$ ,  $\Delta = 4,25 \text{ mm}$ ; б)  $\sigma_{(1)} = \sigma_{(2)} = -70,7 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(3)} = -50 \text{ MPa}$ ,  $\Delta = 0,55 \text{ mm}$ .

**2.31.** Стрижневі системи, зображені на рис. 2.18, навантажені силою  $F = 50 \text{ kN}$ . Усі стрижні сталеві з площею поперечного перерізу  $1000 \text{ mm}^2$ .

Визначити напруження в стрижнях.

*Відповідь:* а)  $\sigma_{(1)} = 44,8 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(2)} = -36,6 \text{ MPa}$ ; б)  $\sigma_{(1)} = 111,8 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(2)} = -100 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(3)} = -50 \text{ MPa}$ ; в)  $\sigma_{(1)} = \sigma_{(2)} = 28,9 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(3)} = -14,4 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(4)} = 25 \text{ MPa}$ ; г)  $\sigma_{(1)} = 100 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(2)} = -111,8 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(3)} = 35,4 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{(4)} = 106,1 \text{ MPa}$ .

**2.32\*.** Між точками  $A$  і  $B$  горизонтально натягнуто дріт діаметром 2 мм (рис. 2.19). Після прикладання навантаження  $Q = 18 \text{ N}$  посередині дроту вертикальне переміщення точки підвішування досягало 30 мм. Визначити напруження в поперечному перерізі дроту, спричинене вантажем, і модуль пружності матеріалу дроту.

*Відповідь:*  $\sigma = 95,6 \text{ MPa}$ ;  $E = 2,12 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ .

## 2.1.2. Розрахунки на міцність і жорсткість

**2.33\*.** Два двотаври № 27 ГОСТ 8240—89, що з'єднані між собою за допомогою двох сталевих накладок, навантажено силою  $F = 570 \text{ kN}$  (рис. 2.20). Діаметр отворів під заклепки  $d = 23 \text{ mm}$ . Перевірити міцність двотаврів і накладок. Взяти допустиме напруження  $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ .

*Відповідь:*  $\sigma_{\text{дв}} = 152 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_{\text{н}} = 154 \text{ MPa} < [\sigma] = 160 \text{ MPa}$ .