

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ  
ІНСТИТУТ  
КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ**

«На правах рукопису»  
УДК \_\_\_\_\_

«До захисту допущено»  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**Магістерська дисертація  
на здобуття ступеня магістра  
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»  
зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»  
на тему: «Вибір оптимальної форми хвиль балки з хвилястою стінкою за  
результатами порівняльного аналізу її несучої спроможності»**

Виконав:  
студент VI курсу, групи МП-02мп  
Івлєв Вадим Олександрович \_\_\_\_\_

Керівник:  
к.т.н., доц.  
Онищенко Євген Євгенович \_\_\_\_\_

Рецензент:  
д.т.н., проф.  
Данильченко Юрій Михайлович \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській  
дисертації немає запозичень з праць інших  
авторів без відповідних посилань.  
Студент \_\_\_\_\_

Київ – 2021 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Механіко-машинобудівний інститут**  
**Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів**

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Сергій ПИСКУНОВ

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**ЗАВДАННЯ**  
**на магістерську дисертацію студенту**  
**Івлєв Вадим Олександрович**

1. Тема дисертації «Вибір оптимальної форми хвиль балки з хвилястою стінкою за результатами порівняльного аналізу її несучої спроможності», науковий керівник дисертації Онищенко Євген Євгенович, к.т.н., доц., затверджені наказом по університету від 01.11.2021 р. № 3611-с.
2. Термін подання студентом дисертації: 10.12.2021 р.
3. Об'єкт дослідження: міцнісні характеристики балок з гофрованою стінкою.
4. Предмет дослідження: порівняння несучої спроможності балки зі звичайною стінкою та гофрованою стінкою.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
  - 1) Огляд історії створення балки з гофрованою стінкою.
  - 2) Основи роботи та розрахунку згинальних елементів з гофрованою стінкою.
  - 3) Основи роботи елементів, що згинаються з гофрованою стінкою.
  - 4) Перевірка міцності балки з гофрованою стінкою.

- 5) Розробка стартап–проекту.
6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.
7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.
8. Дата видачі завдання: 01.09.2021 р.

**Календарний план**

| № з/п | Назва етапів виконання магістерської дисертації                                      | Термін виконання етапів магістерської дисертації | Примітка |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|----------|
| 1     | Аналіз літератури                                                                    | 01.09.21 – 20.10.21                              |          |
| 2     | Розрахунок нормальних напружень у балці з гофрованою стінкою                         | 20.10.21 – 05.11.21                              |          |
| 3     | Розрахунок дотичних напружень у балці з гофрованою стінкою                           | 05.11.21 – 15.11.21                              |          |
| 4     | Перевірка міцності балки з урахуванням розвитку пластичних деформацій у поясах балки | 15.11.21 – 20.11.21                              |          |
| 5     | Стартап-проект та висновки                                                           | 20.11.21 – 10.12.21                              |          |

Студент \_\_\_\_\_

Вадим ІВЛЄВ

Науковий керівник \_\_\_\_\_

Євген ОНИЩЕНКО

## Анотація

Магістерська дисертація складається з 3 розділів, стартап проєкту та списку використаної літератури. Пояснювальну записку викладено на 93 с. яка містить 24 малюнки. Список використовуваної літератури містить 118 джерел.

Актульність роботи полягає в тому, що необхідно розробити більш точні методи підбору балку з гофрованою стінкою для потреб будівної галузі.

Метою дипломної роботи є визначення оптимальної форми хвиль балки з хвилястою стінкою при заданих навантаженнях.

Як об'єкт дослідження розглядалися декілька варіантів балок з різною гофрованою стінкою.

Для вирішення задачі проведено розруханок трьох балок у програмному середовищі Patran.

## Abstract

The master's dissertation consists of 3 sections, a startup project and a list of used literature. The explanatory note is set out on 93 p. which contains 24 figures. The list of used literature contains 118 sources.

The urgency of the work is that it is necessary to develop more accurate methods of selection of the beam with a corrugated wall for the needs of the construction industry.

The aim of the thesis is to determine the optimal waveform of a beam with a wavy wall at given loads.

Several variants of beams with different corrugated walls were considered as the object of research.

To solve the problem, three beams were dismantled in the Patran software environment.

# Зміст

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Вступ .....                                                                               | 7  |
| Історія.....                                                                              | 8  |
| Аналіз методів розрахунку двотаврових стрижнів з гофрованою стінкою.....                  | 28 |
| Приклади реалізації стрижнів із поперечно гофрованою стінкою у будівництві .....          | 33 |
| Основи роботи та розрахунку згинальних елементів з гофрованою стінкою.....                | 44 |
| Основи роботи елементів, що згинаються з гофрованою стінкою .....                         | 44 |
| Розподіл нормальних напружень у гофрованій стінці балки.....                              | 48 |
| Розподіл дотичних напруг у гофрованій стінці балки .....                                  | 52 |
| Перевірка міцності балки, що працює в межах пружних деформацій .....                      | 54 |
| Перевірка міцності балки з урахуванням розвитку пластичних деформацій у поясах балки..... | 55 |
| Перевірка місцевої стійкості стисненого пояса балки .....                                 | 56 |
| Перевірка місцевих нормальних напружень у стінці.....                                     | 59 |
| Перевірка інтенсивності напруження у стінці.....                                          | 60 |
| Перевірка стійкості гофрованої стінки.....                                                | 62 |
| Перевірка місцевої стійкості гофрованої стінки .....                                      | 63 |
| Перевірка загальної стійкості гофрованої стінки .....                                     | 66 |
| Перевірка балок на жорсткість .....                                                       | 70 |
| Стартап проєкт.....                                                                       | 71 |
| Список літератури .....                                                                   | 85 |

## Вступ

Завданням науково-технічного прогресу у будівельній галузі є ефективне використання матеріалу в несучих конструкціях. Це завдання вирішується шляхом зниження їх маси, вартості виготовлення та монтажу при збереженні несучої здатності та експлуатаційних якостей.

Найбільш перспективним напрямом зниження матеріаломісткості металевих будівельних конструкцій є можливість застосування конструкцій із тонколистової сталі з просторовою формою, за рахунок якої забезпечується загальна та місцева стійкість. Конструкції з просторової формою (переважно стінкою) набувають широкого поширення в якості цілісних рам, кроквяних елементів, арок та прогонів будівель.

Найбільш поширеним та економічним типом поперечного перерізу стрижневих металевих будівельних конструкцій у практиці проектування залишається зварений або прокатний двотавр, стінки якого згідно з вимогами забезпечення місцевої стійкості призначаються відносно товстими, що у результаті робить переріз економічно нераціональним. Маса двотаврового стрижня значно зменшується, якщо товщина його стінки визначена з умов міцності, а для забезпечення місцевої стійкості стінки надається просторова форма. Крім цього, двотавр з тонкою поперечно гофрованою стінкою має підвищену жорсткість на кручення, що позитивно позначається на загальній стійкості стрижня під час експлуатації, транспортування та монтажі.

Основні наукові розробки у цій галузі почали втілюватися у життя з 60-х років минулого сторіччя. Ефективність застосування гофрованих конструкцій (балок, арок та колон з поперечно-гофрованими тонкими стінками) доведена теоретичними та експериментальними дослідженнями. Гофровані конструкції в порівнянні з традиційними плоскостінчастими мають більшу згинально-крутильну жорсткість, менш схильні до деформованості, мають підвищену місцеву та загальну стійкість стінки, при цьому вони набагато легші.

## Історія

Дослідження роботи гофрованих будівельних конструкцій у СРСР беруть свій початок із 30-х років минулого століття. Істотний внесок у розвиток та дослідження стрижневих конструкцій з безперервно гофрованою в поперечному напрямку стіною внесли такі вчені, як В.М. Горнов, Г.А. Ажермачов, В.Ф. Кириленко, В.А. Мов, Г.А. Окрайнець, Я.І. Ольків, Г.М. Острик, Ю.С. Максимов, В.В. Долінський, В.В. Зверев, В.В. Бірюльов та ін. Серед зарубіжних дослідників відомі Н.Н. Abbas, С.Л. Chan, R.G. Driver, Н.Г. Hoop, Р. Thivans, Н. Wagner та ін. Ними були встановлені основні особливості роботи гофрованих стрижневих конструкцій.

Внесок у вирішення та вивчення напружено-деформованого стану, включаючи опис критичного стану, елементів складеного двотаврового перерізу прямолінійних гофрованих стрижнів внесли роботи М.К. Глозмана, Ш.З. Лапша, Г.А. Ажермачова, О.М. Степаненко, Г.М. Острикова, Ю.С. Максимова. Протягом останніх років над вирішенням проблеми працювали І.С. Рибкін, П.І. Єгоров, С.В. Кудрявцев.

Вивченню напружено-деформованого стану арочних двотаврових поперечно-гофрованих стрижнів присвячені роботи О.М. Степаненко. Автор, представляючи будь-який профіль поперечних гофрів синусоїдальним, запропонував описати напружено-деформований стан (НДС) гофрованих стрижнів з урахуванням додаткових згинально-крутних зусиль. Разом з тим слід зазначити, що НДС для синусоїдального профілю гофрів не повною мірою відображає НДС для трикутного профілю гофрів (у особливості без даних про реальну роботу конструкцій). Отже, доцільним є проведення додаткових досліджень напруженого стану арочних двотаврових стрижнів з тонкою поперечно-гофрованою стінкою з безперервним трикутним профілем гофрів.

В авіабудуванні, починаючи з 1950-х років, використовуються лонжерони крила з гофрованою стінкою. Яскравим прикладом вважається космічний орбітальний



багаторазовий корабель «Буран», де застосовані лонжерони з хвилястим закритим профілем гофрування.

З 1993 р. до сьогодні австрійська фірма «Zeman» виробляє двотаврові балки з хвилястою гофрованою стінкою. Фірма "Zeman" вперше застосувала лінію виробництва, яке повністю автоматизована, що дозволяє здійснювати безперервне формування та приварювання стінки до поясів балки [12].

Як вже було сказано, основоположником експериментальних та теоретичних досліджень у СРСР у сфері гофрованих конструкцій є В.М. Горнов [13].

У 1936 році автор вперше проводить випробування зварних балок із тонкою поперечно-гофрованою стінкою, навантажуючи їх двома зосередженими симетричними силами.

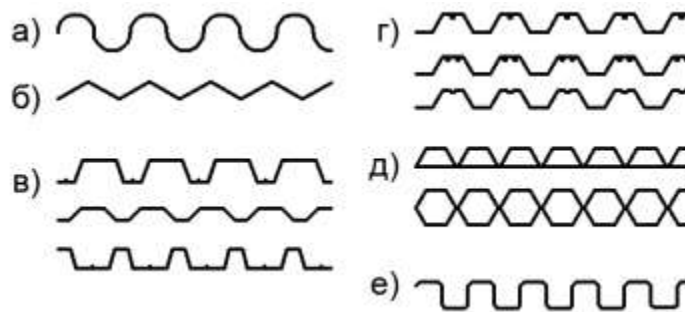


Рисунок 1 - Типи гофр: а) синусоїдальна; б) трикутна; в) трапецеїдальні гофри; г) трапецеїдальні гофри з ребром жорсткості; д) замкнуті коміркові; е) прямокутна;

Балки були виготовлені прольотом 1,1 м, висотою 105-205 мм із товщиною стінки 0,5 мм. Для двох балок в якості поясів були застосовані смуги перетином 4х30 мм, для двох інших куточки перетином 25х25х3 мм. Матеріал балок – для перших двох сталь з границею текучості 450 МПа та 160 МПа відповідно для поясів та стінок, для двох інших 300 МПа та 160 МПа відповідно для поясів та стінок.

У припущенні того, що весь згинальний момент у балці  $M_y$  сприймається поясами, автор отримав зусилля в поясі, описане у формулі 1.

$$N_f = \frac{M_y}{h_w}, \quad (1)$$

де  $h_w$  – висота стінки.

А вся поперечна сила  $Q_z$  сприймається тільки стінкою

$$\tau_{xy} = \frac{Q_z}{h_w \cdot t_w}, \quad (2)$$

де  $t_w$  – товщина стінки балки.

Аналізуючи результати експериментальних досліджень, і порівнюючи їх з теоретичними викладами, В.М. Горнов робить такі висновки:

- поперечно-гофрована стінка не сприймає нормальних напружень у перпендикулярному напрямку гофрів і знаходиться в умовах чистого зсуву, при цьому експериментальні дотичні напруження в стінці дуже близькі до теоретичних;
- проведені експерименти підтвердили можливість визначення зусиль у поясах по (1), при цьому експериментальні нормальні напруження в поясах близькі до теоретичним значенням;
- гофровані балки, на яких проводився експеримент, виявилися легшими в 1,9 рази еквівалентних за міцністю ніж класичні двотаврові;
- місцева стійкість гофрованої (хвилястої) стінки значно вища за звичайну, тобто при тому самому критичному напруженні хвиляста стінка в 2,5...3 разу менш матеріаломістка, ніж звичайна.

У 1940 р. А.А. Подорожний успішно провів випробування гофрованих пластин у умовах чистого зсуву. За результатами випробувань автор робить висновок, що поперечно гофрований лист добре сприймає перерізуючі зусилля [23].

У 1956 р. Ю.І. Єловков, Є.А. Павлінова, М.В. Філіппео провели низку випробувань моделей двотаврових балок із гофрованою стінкою. Моделі випробовувалися по консольної схеми із завантаженням зосередженою силою. Випробування підтвердили гіпотезу про те, що гофрована стінка приймає всю поперечну силу. Ці результати відображені у роботі [24].

У 1962 році виходить у світ робота М.К. Глозмана та Ш.З. Локшина [25]. В роботі автори вирішують завдання згинання суднових перебірок (гофрованих) методами

$$K_x \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + 2 \left[ (1 + \mu) \cdot K_1 - \frac{\mu}{K_y} \right] \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{1}{K_y} \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = 0, \quad (3)$$

теорії пружності, як балок із вертикальними (коробчастими) гофрами в стінці. Для цього балка розчленовується на три елементи, один з яких являє собою гофровану пластину, яка для спрощення розрахунків представляється плоскою ортотропною пластиною. Напружений стан полиці визначається за умов рівноваги елемента. Напружений стан стінки описується диференціальним рівнянням 3.

де  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_1$  - коефіцієнти безрозмірні, які пов'язують модулі пружності  $E_x$  та  $E_y$  та модуль зсуву  $G$  ортотропної пластини.

Автори визначають нормальні та дотичні напруження в стінці та поясах (виражені через  $q_x$ ), задаючись роздільною здатністю (рядом)

$$F = \sum_1^n f(y) * \sin \frac{n * \pi * x}{l_\Gamma}$$

та використовуючи граничні умови на поздовжніх кромках пластинки. Свої викладки вони підтверджують експериментом. Результати випробувань, на думку авторів, добре узгоджуються з теоретичними викладками.

Значний внесок у дослідження зварних балок з гофрованою стінкою зробив Г.А. Ажермачов [14, 15, 16, 17]. Автор проводить випробування двотаврових балок із хвилястою стінкою. Випробувані зразки прольотом 1,2 м, розміри стінки – 200x1 мм, поясів – 80x4 мм, профіль гофрів – хвилястий, довжина і висота напівхвилі гофру відповідно 80 та 10 мм. Балки завантажувалися випробувальним навантаженням двох зосереджених сил. Картина напруженого стану хвилястої стінки визначалася методом крихких лакових покриттів (КЛП), чутливість якого склала  $\varepsilon_{\text{клп}} = (0,5 \dots 2,0) \cdot 10^{-4}$ , що відповідає появі тріщин у лаковому покритті при напруженнях 10...40 МПа. У окремих поперечних перерізах для контролю напружень встановлювалися тензодатчики.

Аналізуючи результати випробувань, автор робить такі висновки:

- у зоні чистого вигину стінка не сприймає нормальних напружень;
- у зонах поперечного вигину у стінці виникають значні дотичні напруження - це підтверджується тим, що в лаковому покритті при випробуванні на приопорних ділянках з'явилися похилі тріщини (з кутом нахилу до поясу 45°);
- жорсткість гофрованих балок вийшла вищою до 25%, ніж у класичних балок аналогічного перерізу.

Випробуванням аналогічних за геометрією балок на позацентрових навантажень (величина ексцентриситету знаходилася в межах висоти гофру) встановлено:

- навантаження, прикладене з ексцентриситетом у межах висоти гофру практично не змінює несучу здатність гофрованих балок, що підтверджує їх підвищену жорсткість у порівнянні з класичними.

Провівши випробування на кручення гофрованих та звичайних балок автор встановлює, що жорсткість гофрованих балок на кручення значно вища, ніж звичайних.

Всього автором було випробувано 22 зразки малих розмірів із прольотом 1,2 м та 4 зразка прольотом 6,0 м.

Г.А. Ажермачов теоретичні викладки починає обґрунтовуючи нераціональність застосування складеного двотаврового перерізу у балках. Приймаючи, що площа перерізу балки висотою  $h$  залишається постійною і рівною  $A_0$  а площа перетин полиць  $A_{2f}$  і стінки  $A_w$  змінюються, отже, несуча здатність визначається як показано в формулою 4.

$$[M] = R_y \cdot h \cdot \left( \frac{A_w}{6} + \frac{A_{2f}}{2} \right). \quad (4)$$

При цьому, якщо весь матеріал зосередити в стінці, то

$[M]^w = \frac{A_0 \cdot R_y \cdot h}{6}$ , якщо в хордах то  $[M]^{2f} = A_0 \cdot R_y \cdot \frac{h}{2}$  (збільшується втричі в порівнянні зі стінкою).

У практиці проектування  $A_{2f} = (0,4 \dots 0,6) \cdot A_0$ , отже «ідеальні балки» в 1,5 рази раціональніше класичного складового двотаврового перерізу.

Якщо призначати товщину стінки за умовами міцності, забезпечивши її місцеву стійкість наданням їй просторової форми (гофруванням), можна отримати економію металу до 20% і наблизиться до «ідеальної» балки.

Численні дослідження Г.А. Ажермачова добре узгоджуються з теоретичними викладками, наведеними В.М. Горновим, а також доповнюють їх у питанні критичного стану стінки.

У роботі [15] (1964 р.) А.Л. Васильєв, М.К. Глозман, М.В. Філіппео та Є.А. Павлінова розглядають питання забезпечення міцності суднових гофрованих переборок від діючих сил у площині стінки, а також у поперечному напрямку. В роботі наведено описи гофрованих конструкцій, наявних на той момент, виконаний огляд теоретичних та експериментальних досліджень. Запропоновано методику розрахунку для проектування суднових перебірок із гофрованою стінкою, сформульовані напрями подальших теоретичних досліджень.

У 1966 року виходить робота Е.М. Кінцевого [26], в якій автор наводить результати теоретичних та експериментальних досліджень стійкості стінки балки мостового крану. Балка у верхній зоні посилена односторонніми поздовжніми гофрами. Автор класифікує гофри залежно від величини відношення довжини, що утворює гофра до висоти хвилі на «короткі» та «довгі».

Довгі гофри автор розраховує як прості стрижні за формулами опору матеріалів, а короткі як оболонку.

У роботі наведено розрахунок на стійкість окремого гофру (напівкруглого), як стрижня відкритого профілю з пружним затисканням на скручування і поздовжнє зусилля з використанням теорії В.З. Власова.

За підсумком автор робить такі висновки:

- робота окремого гофра в стінці подібна до роботи поперечного ребра;
- пластина між гофрами втрачає стійкість від дотичних напружень;
- поздовжній гофр втрачає стійкість від впливу нормальних зусиль, при цьому несуча здатність стінки балки не вичерпана;
- використання одиночних поздовжніх гофрів у стиснутій зоні стінки – підкранової балки доцільно, при цьому перевірка стійкості стінки та гофру може бути виконана за запропонованою методикою.

З 1968 до 1989 року виходять роботи В.Ф. Кириленко та Г.А. Окрайнеця. Перші наукові роботи В.Ф. Кириленко [27, 28] присвячені висновкам теоретичних формул щодо забезпечення стійкості гофрованих платівок. Припускаючи, що економічніше є більш пологий гофр, автор розглядає стінку, як комплекс пологих циліндричних оболонок. Наведеним числовим прикладом автор встановлює, що збільшення відносної кривизни гофру призводить до зростання критичних напружень гофрованої платівки.

У роботі [28] В.Ф. Кириленко та Г.А. Окрайнець розглядають гофровану балку при впливі на неї рівномірно розподіленого (погонного) навантаження та описують її напружений стан. Автори представляють балку як систему із трьох окремих елементів. Стінка (гофрована) є ортотропною пластиною, при цьому лінію контакту стінки з поясами спрямляють. Стінка та пояси у своїх площинах завантажуються погонними зусиллями (рисунок 2).

$$\begin{aligned} q &= \sum_1^{\infty} t_f \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}; \quad q_1(x) = \sum_1^{\infty} \gamma_1^1 \cdot \cos \frac{n \cdot \kappa \cdot x}{L}; \\ q_2(x) &= \sum_1^{\infty} \gamma_1^{11} \cdot \cos \frac{n \cdot \kappa \cdot x}{L}. \end{aligned} \quad (5)$$

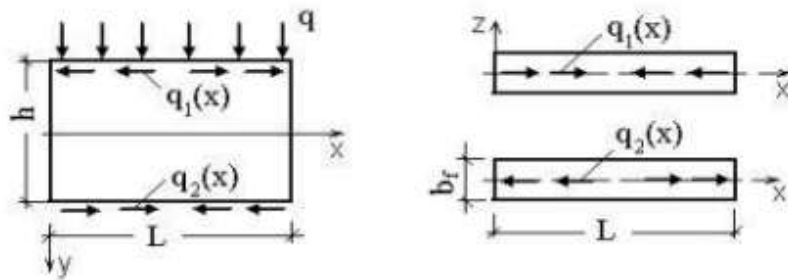


Рисунок 2 – Навантаження елементів гофрованої балки в [43]

Напружений стан стінки автори описують за допомогою рівняння ортотропної пластини

$$\frac{1}{E_y} \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left( \frac{1}{G} - \frac{2 \cdot \nu}{E_x} \right) \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (6)$$

Де  $F(xy) = \sum_1^{\infty} f_n(y) * \frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}$  – дозволяюча функція

З 1968 до 1969 року В.Ф. Кириленко проводить натурні випробування восьми балок. Усі балки двотаврового перерізу з тонкою гофрованою стінкою, прольотом 1,2 м, перетин стінки - 200x1 мм, перетин хорд -80x4 мм. Параметри гофрів: висота напівхвилі гофру прийнята 0,1, 0,2 і 0,4 від його довжини, довжина напівхвилі 100 та 200 мм.

За підсумками випробувань зроблено такі висновки:

- нормальні напруження, отримані в процесі експерименту узгоджуються з теоретичними, розкид напруження по ширині поясів сягає 25%;
- гофрована стінка не сприймає нормальних напружень (згинальних), при цьому добре сприймає зусилля, що перерізують, які по висоті стінки практично не змінюються;
- деформативність гофрованих балок нижче на 18...30%, ніж у звичайних плоскостінчастих.

У роботі [29] В.Ф. Кириленко, В.Ф. Беляєв, Б.М. Ємельянов при використанні методу викладеного в джерелі [9] пропонують враховувати у роботі на вигин невеликі ділянки, що примикають до поясів гофрованої стінки, за рахунок чого відбувається зниження середніх теоретичних нормальних напружень у поясах вертикально гофрованої балки.

Частку участі стінки в роботі на вигин враховують коефіцієнтом  $\beta$ , який визначається з рівності наведеного моменту опору гофрованої балки ( $W_{\Gamma} = W_f + \beta \cdot W_w$ ).

$$\beta = c \cdot \left( 1 + \frac{W_f}{W_w} \right) - \frac{W_f}{W_w} = c - (1 - c) \cdot \frac{W_f}{W_w}, \quad (7)$$

де  $c$  - коефіцієнт, чисельно рівний відношенню середніх нормальних напружень в поясі визначених з урахуванням роботи стінки, до визначених по [28].

За твердженнями автора коефіцієнт участі стінки в роботі на вигин добре узгоджується з результатами експерименту [9].

У 1968...1972 роках О.М. Степаненко під керівництвом наукового керівника Я.І. Олькова в Хабаровському політехнічному інституті проводить дослідження балок з хвилястою стінкою [30]. Дослідження присвячені роботі хвилястої стінки, утворюючі якої спрямовані під різними кутами до поясів балки, при цьому у роботі наведено два прийоми опису напруженого стану гофрованої стінки.



Теоретично та експериментально автор доводить, що похиле гофрування стінок двотаврових балок не включає в роботу стінку на поперечний вигин, стінка лише перерозподіляє зусилля між поясами, тим самим довантажує їх уздовж утворюючих гофрів нормальними напруженнями.

Напружений стан поясів описано в [30], де розглядається фрагмент поясу з поперечним перерізом, у якому стінка примикає до пояса його осі. Навантажуючи фрагмент (рисунок 3) по коротким сторонам нормальним (рівномірним) напруженням та по лінії контакту зі стінкою зсувними зусиллями, які створюють погонні перерізуючі навантаження в площині поясів  $t_p = \tau_w \cdot t_w \cdot \frac{\pi \cdot f}{l_f} \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{l_f}$ , можна визначити додаткові зусилля, що діють у довільному поперечному перерізі:

$$M_p = \tau_w \cdot t_w \cdot f \cdot \frac{l_f}{\pi} \cdot \cos \frac{\pi \cdot x}{l_f} \text{ и } Q_p = \tau_w \cdot t_w \cdot f \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{l_f} \quad (8)$$

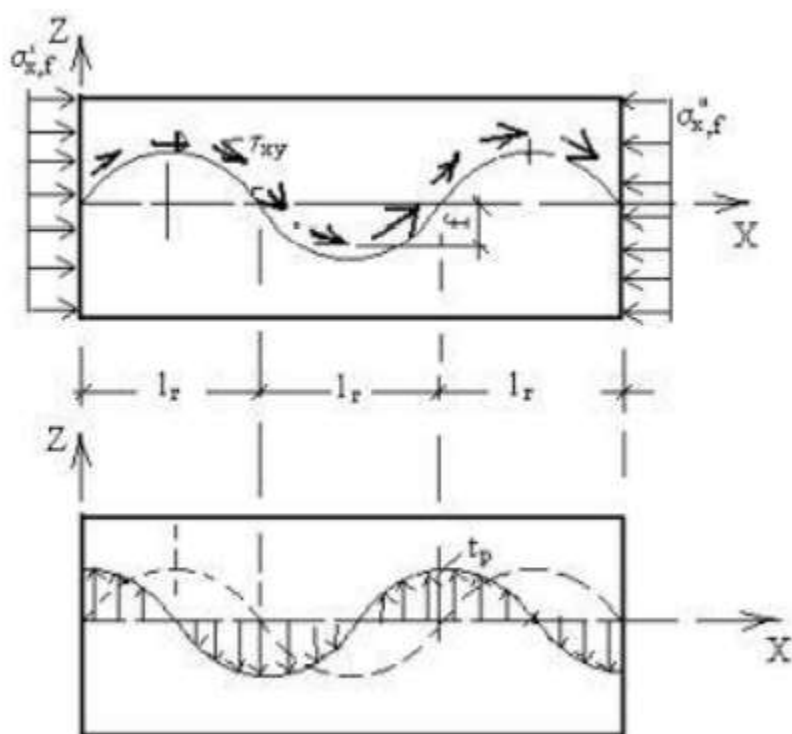


Рисунок 3 - До визначення додаткових зусиль у поясах

За результатами проведених досліджень балок із гофрованими стінками запропоновано методику розрахунку [30].

Теоретичні дослідження, проведені автором добре узгоджуються з експериментальними даними (3 балки прольотом 3,4 м та 10 балок прольотом 2 м), при цьому відхилення теоретичних напружень від експериментальних становлять 15...20%.

У 80-ті роки публікуються роботи Г.М. Острікова, Ю.С. Максимова та В.В. Долинського [31, 32, 8, 9, 33, 34, 10, 35], присвячені дослідженню гофрованих балок. У роботах автори наводять викладки чисельного розрахунку методом кінцевих елементів моделей балок із трикутними гофрами та результати натурного експерименту. У результаті експериментів отримано напруження в поясах та гофрованій стінці з урахуванням роботи крайніх ділянок стінки, що примикають до поясів  $s \cdot h_w$ . Частина згинального моменту сприймаючою стінкою автори пропонують враховувати коефіцієнт, який визначається як відношення моменту інерції гофрованої стінки до моменту інерції плоскої стінки

$$\beta = k^* + 2 \cdot c \cdot (1 - k^*) \cdot (1 - c + 0,4 \cdot c^2), \quad (9)$$

де  $c$  і  $k^*$  визначаються за розмірами (см) гофрів та стінки:

$$c = \frac{l_f}{h_w \cdot \sqrt{f}}; \quad k^* = \frac{\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{l_f}\right)^2}}}{1 + \left(\frac{f}{l_f}\right)^2 + 0,91 \cdot \left(\frac{f}{t_w}\right)^2}. \quad (10)$$

Напруження в хорді балки з урахуванням (9) автори пропонують визначати за формулою 11

$$\sigma_{x,f} = \frac{M}{W_{\Gamma}} \quad (11)$$

де  $W_{\Gamma} = A_f \cdot h_f + \beta \cdot \frac{t_w \cdot h_w^2}{6}$  - момент інерції гофрованої балки (наближений);

$A_f$  і  $h_f$  - площа перерізу одного пояса та відстань між поясами.

Методика обліку в роботі балки крайніх ділянок гофрованої стінки добре узгоджується з експериментальними даними [9].

Величину критичного напруження зсуву в стінці автори [9] отримали, описавши стінку як вільно оперту ізотропну пластинку, підкріплену поперечними ребрами жорсткості з кроком  $l_{\Gamma}$ .

$$\tau_{cr,об} = 0,904 \cdot k_{об} \cdot E \cdot \left( \frac{t_w}{h_w} \right)^2, \text{ где } k_{об} = 5,34 + (5,5 \cdot \beta_1^2 - 0,6) \cdot \sqrt[3]{\frac{\beta_2}{4 \cdot (7 \cdot \beta_1^2 - 5)}}; \quad (12)$$

де  $\beta_1 = \frac{h_w}{l_{\Gamma}}$ ;  $\beta_2 = \frac{D_2}{D_1}$  - співвідношення жорсткостей (погонних) гофрованої пластини.

Для пластини з трикутним контуром профілю гофрів  $\beta_2 = 0,91 \cdot \left( \frac{f}{t_w} \right)^2$ .

Формула критичної напруження вважається справедливою, на думку авторів, коли загальна стійкість гофрованої стінки є вирішальною при  $\beta_2 \leq 4 \cdot (7 \cdot \beta_1^2 - 5)$ . При ширині гофрових панелей  $d$  критичний стан при зсуві оцінюється наступною формулою  $\tau_{cr,m} = k_m \cdot E \cdot \left( \frac{f}{t_w} \right)^2$ , де  $k_m$  - коефіцієнт, який приймається в залежності від відношення  $\frac{h_w}{d} = 1, 3, 5$  та  $\infty$ ,  $k_m$  відповідно дорівнює 8.44, 5.84, 5.16 та 4.82.

Для інженерних розрахунків у галузі проектування будівельних конструкцій автори рекомендують знижувати критичні напруження  $\tau_{cr,m}$  і , використовуючи коефіцієнт надійності 1,4 і дотримуватися умов  $\tau_{cr,m} > \tau_{cr,об}$ .

Висновки Ю.С. Максимова та Г.М. Острикова підтверджено випробуваннями двох балок прольотом 18 м та 8,4 м. Економічну ефективність застосування гофрованих балкових конструкцій автори доводять, порівнюючи їх із традиційними балками з ребрами жорсткості та з фермами типу «Молодечно».

Ю.С. Максимов та Г.М. Остриків брали участь у розробці проектів каркасів типових промислових будівель прольотом 18, 24 та 30 м, де ними були запроектовані конструкції покриття із застосуванням двотаврів з хвилястою стінкою (балки та прогони покриття).

У 1987 та 1988 роках виходять статті Т.В. Михайлової [36, 37, 38]. Свої роботи автор присвячує питанням впливу на напружений стан та несучу здатність балок кроку та напрямки розріджених гофрів.

За результатами натурних випробувань автор робить такі висновки:

- гофрування стінки балки в горизонтальному напрямку підвищує несучу здатність на 15% порівняно з площиністчастими;
- гофрування стінки балки вертикальними гофрами підвищує несучу здатність на 30% порівняно з плоскою стінкою, при цьому балка стає меншою. деформативною у площині вигину.

Напружений стан поперечного перерізу гофрованої балки автор описує з використанням прийому [25], включаючи в перерізи поясів частину плоских ділянок стінки з рівномірно розподіленими напруженнями. Стінка приймається плоскою ортотропною (через частого розташування гофрів), з пружними постійними, які визначаються з умов рівності деформацій гофрованої пластини та плоскої ортотропної пластини при їх однаковому навантаженні. Автор стверджує, що теоретичні викладки добре узгоджуються з експериментальними даними (теоретичні напруження відрізняються від експериментальних, лише на 5%).

У 1989 р. виходить робота С.Г. Бароновської [39]. У ній автор наводить результати теоретичних та експериментальних досліджень вертикально гофрованої стінки, а саме напружений стан у стінці від впливу зосереджених сил, прикладених на осі балки у симетричних та асиметричних перерізах (на вершині гофрів). Дослідження напружено-деформованого стану проводилося на 14-ти фрагментах кроквяних балок та з використанням програмного комплексу «Ліра», заснованому на методі кінцевих елементів. Навантаження на елементи прикладалися поетапно на пояси або через розподільчу пластину з різною товщиною та шириною.

При навантаженні симетричного перерізу характер розподілу компонентів напружень по довжині та висоті гофрованої стінки аналогічний характеру розподілу у плоскій стінці. Хоча при навантаженнях на пояс балки з тонкою вертикально гофрованою стінкою виявлено вплив величини напруження від довжини хвилі гофру. Так при відносно малій довжині хвиль точки нульових нормальних напружень  $\sigma_y$  збігаються з вершинами гофрів (найближчих до сили).

Встановлено також, що висота гофрів практично не позначається на величину нормальних напружень  $\sigma_y$ . Рівень напруження в гофрованих стінках з хвилястим профілем нижче на 5-7%, ніж у стінках із трикутним профілем.

При прикладанні навантаження на вісь стрижня в асиметричному поперечному перерізі (на вершині гофрів), характер розподілу місцевих нормальних напружень у гофрованій стінці значно відрізняється від їх розподілу при застосуванні навантаження у симетричному поперечному перерізі. Домінуючим напруженням в даному у разі є  $\sigma_y$  (викликане зосередженою силою та крутним моментом), при цьому максимальне значення перебуває у двох найближчих ділянках напівхвиль. При заміні типу гофрів (трикутного на хвилястого) спостерігається зміни характеру розподілу без зміни їх максимальних величин.

Випробуваннями шести фрагментів та двох балок автор отримує якісну картину розподілу місцевих напружень у стінці та підтверджує, що значення максимальних місцевих напружень у поперечно-гофрованій стінці нижче, ніж у класичній стінці.

Максимальні значення місцевих напружень у поперечно-гофрованій стінці, як і в тонкій плоскій [35], С.Г. Баранівська та Г.М. Остриків рекомендують визначати по [40] зі збільшенням на 10%.

В.Г. Аржаков у 1990 р. випускає навчальний посібник [41], який присвячений питанням раціонального гофрування тонких стінок металевих балок. Автор пропонує нові форми гофрів (односторонні штамповані та не регулярні по довжині).

У 1994 року захищається кандидатська дисертація В.Г. Вогневим на тему: «Дослідження роботи сталевих колон одноповерхових промислових будівель з тонкою гофрованою стінкою». Розглядаючи позацентрово стиснутий стрижень двотаврового перерізу з тонкою гофрованою стінкою, автор оцінює вплив деформацій зсуву в стінці на несучу здатність, гнучкість і розподіл перерізуючих зусиль. За підсумкам випробування двотаврових стрижнів з тонкою гофрованою стінкою з трикутним профілем гофрів на зсув автор наводить формули питомого кута зсуву та наведену гнучкість стрижнів у площині стінки:

$$\gamma = 2,16 \cdot 10^4 \cdot (-0,51 + 84 \cdot \lambda_w - 1,1 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,36 - 6,91 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{l_r}{2 \cdot t_w}) \cdot (1 + 1,12 \cdot \frac{f}{t_w}); \quad (13)$$

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\lambda^2 + \beta \cdot \frac{A_f}{A_d}},$$

де  $\beta$  - коефіцієнт впливу розмірів гофрів, що визначається за формулою 14;

$$\beta = \gamma \cdot \pi^2 \cdot E \cdot t_w \cdot \sqrt{\left(\frac{l_f}{2}\right)^2 + f^2}; \quad (14)$$

$A_f$  – площа перерізу обох поясів;

$A_d$  – площа перерізу однієї плоскої грані гофру стінки. Коефіцієнт зниження несучої здатності  $\varphi_b$  для позacentрово стисненого стрижня пропонується визначати через відносний ексцентриситет  $m$  та відносну наведену гнучкість стрижня

$$\lambda_{ef}^* = \lambda_{ef} \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} \text{ з трансцендентного рівняння } m = \frac{1-\varphi_c}{\varphi_c} \cdot \cos(0.5 \cdot \lambda_{ef}^* \cdot \sqrt{\varphi_c}).$$

Необхідну для розрахунку поперечну силу поздовжнього вигину пропонує визначати за такою формулою  $Q = A_f \cdot \sqrt{\varphi_c^3 \cdot (Y^2 - m^2) \cdot \frac{R_y^3}{E}}$

$$Y = \frac{y \cdot A}{W_p \cdot \sqrt{K_y}}; \quad (15)$$

$y$  - повна абсолютна стрілка вигину стрижня;

$$W_p = \frac{h_w}{2} \cdot \left( \frac{A_w}{2} + A_f \right); \quad K_y = \frac{1}{1 - \left( \frac{A_f}{A} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{t_w}{b_f} \right)}. \quad (16)$$

В.Г. Огневий додатково проводить випробування семи колон для підтвердження теоретичних викладок. Шість колон довжиною 3,6 м, перетин стінки – 320x2 мм, перетин поясів - 115x20 мм, 150x5 мм та 150x7 мм, параметри гофрування стінки: висота напівхвилі – 20 мм, довжина напівхвилі – 115 мм. Одна колона довжиною 7,6 м

консоллю, перетин стінки – 320x2 мм, переріз поясів – 200x12 мм, параметри гофрування стінки: висота напівхвилі – 20 мм, довжина напівхвилі – 115 мм. Навантаження до колонам прикладалася з різними відносними ексцентриситетами.

За підсумками випробувань автор робить такі висновки:

- критичні експериментальні зусилля при випробуванні колон малих розмірів відрізнялися від теоретичних до 15%, значення стрілок вигину відрізнялися до 20%;
- критичні експериментальні зусилля при випробуванні натурної колони відрізнялися від теоретичних до 9,3%.

При оцінці економічної ефективності застосування колон з тонкими гофрованими стінками, автор робить такий висновок:

- для одноповерхових промислових будівель прольотом 18 м, обладнаних підйомно-транспортним обладнанням вантажопідйомністю до 3,2 т раціональніше застосовувати колони з тонкими гофрованими стінками, при цьому ефективність застосування гофрованих колон росте зі збільшенням висоти будівлі.

Узагальнена робота, доступна широкому колу читачів, виходить у проф. В.В. Бірюльова [42]. У роботі узагальнено найбільш значущі дослідження в галузі балок з тонкими гофрованими стінками, наведено технології заводського виготовлення, описані можливі типи гофрів у стінці, а також у достатньому обсязі запропонована методика інженерного розрахунку з проектування гофрованих конструкцій. При інженерному розрахунку автор пропонує призначати висоту балки виходячи з вимог жорсткості, площа перетину поясів та товщину стінки з урахуванням [15, 13, 18], при цьому ширина пояса призначається з урахуванням наявності в ньому додаткових зусиль [30]. Параметри гофрування призначаються з умов місцевої та загальної тонкої стійкості стінок при можливому одночасному впливі в них дотичних і нормальних напружень, так параметри хвилястого профілю гофрів запропоновано визначати по [18, 30], параметри трикутних [9].



У 1998 р. публікується робота Л.В. Єнджієвського, В.Д. Надеяєва [43]. В роботі наведено короткий огляд основних конструктивних рішень каркасів будівель з легких металевих конструкцій, включаючи балки з гофрованими стінками, що застосовуються на території колишнього СРСР та за кордоном. Авторами запропоновано алгоритм проектування балок з гофрованими стінками для хвилястого та трикутного профілів гофрів.

У 2000 році захищається докторська дисертація В.В. Зверевим [44]. Автор у роботі розглядає найбільш ефективні будівельні конструкції, виготовлені з об'ємно-формованого тонкого листового прокату (балки та арки з гофрованими стінками, наскрізні стрижневі об'ємно-формовані конструкції). Встановлено закони їх формоутворення, досліджено конструктивні та технологічні особливості, наведено результати теоретичних досліджень для наскрізних стрижневих конструкцій. Автором проведено натурні випробування наскрізних об'ємно-формованих конструкцій (випробування арок та колон з гофрованою стінкою автор не наводить). Також у роботі представлені пропозиції щодо організації гнучкого автоматизованого виробництва будівельних конструкцій будівель та споруд з легких металевих конструкції на основі тонколистового прокату, розроблено технологічні схеми.

У 2001 р. О.М. Степаненко у роботі [45] розглядає двотаврові елементи (прямолинійні та вигнуті) з хвилястою стінкою, як тонкостінні просторові стрижні з використанням теорії тонкостінних пружних стрижнів В.З. Власова [46]. У ході теоретичних та експериментальних досліджень автор встановив таке:

– періодичне зміщення стінки з осі стрижня призводить до зміщення центрів тяжкості та центрів вигину, що призводить до появи у перерізі додаткових зусиль у виді згинальних (від дії в стрижні основного осьового зусилля), згинально-крутного моменту, бімоменту та моменту чистого кручення (від дії у стрижні основного згинального моменту, що перерізує зусилля або місцевого поперечного навантаження);

– представлення симетричного безперервного хвилястого профілю гофрів стінки синусоїдальним дозволило просто і безперервно описати лінії центрів тяжіння та центрів вигину перерізів і отримати вирази для геометричної та секторіальної характеристик довільного поперечного перерізу та його точок;

– найбільш значущими з додаткових зусиль у прямолінійному стрижні є згинально-крутний бімомент від основного аркового згинального моменту і згинальний момент у поясах від осевого зусилля. Крайові нормальні напруження в поясах стрижня від цих додаткових зусиль можуть досягати до 40% від величини основних значень. Значними у прямолінійному стрижні є додаткові дотичні напруження в стінці, найбільше значення яких діють у крайніх по висоті точках і досягають 5% від основних дотичних напружень;

– зміна розмірів гофрів у поясів двотаврового стрижня з хвилястою стінкою, вигнутого по дузі кола радіусом  $R$ , практично не позначається на геометричних та секторіальних характеристиках його перерізів при  $h/2R \leq 0,2$ , проте викликає нові додаткові зусилля у перерізах стрижня, які можуть сягати 5 % від величини "перших" їх значень при рекомендованому відношенні  $f/l_g > 0,3$ . Остання умова рекомендується дотримуватися з метою збереження прямолінійності утворюючих гофрів криволінійному стрижні та виключення "виродження" їх у верхнього пояса. Характерним для вигнутого стрижня є те, що "другі" додаткові зусилля довантажують тільки нижній пояс і розвантажують верхній.

Теоретичні викладки автора узгоджуються з проведеними експериментальними дослідженнями та підтверджують можливість використання результатів роботи в практичні розрахунки.

У 2007 р. П.І. Єгоров опублікував роботу [22], в якій рівняння профілів гофрів (трикутного, трапецеїдального) описав за допомогою ряду Фур'є, що дозволило визначати додаткові згинально-крутні зусилля у довільному поперечному перерізі, що виникають через періодичне зміщення стінки з осі стрижня, який призводить до

зміщення центру мас та центру вигину. Використання ряду Фур'є дозволило дуже просто універсальним рівнянням описати поверхню стінки для будь-якого контуру гофрів (трапецеїдального, трикутного). За результатами досліджень автор приходить до висновку, що величина додаткових згинально-крутних зусиль для трикутного профілю гофрів незначна, а для трапецеїдального профілю гофрів досить значуща. Проте, нехтувати додатковими зусиллями автор не рекомендує обох типів гофрів.

У 2008 р. публікуються роботи І.С. Рибкіна [47, 48]. Автор пропонує нове конструктивне рішення – балка з тонкою змінно-гофрованою стінкою. Концентрація гофрів у даному виді балок здійснюється у місцях із значними значеннями зусиль, що перерізують, а гладкі ділянки влаштовуються в місцях домінуючого впливу згинальних моментів. Запропоноване конструктивне рішення балок, як встановив автор, дозволяє скоротити витрату металу на 8-9% порівняно з традиційними гофрованими балками. Наведено розроблений узагальнений метод комп'ютерного моделювання гофрованих конструкцій та їх аналіз із застосуванням МКЕ. У ході роботи проведено дослідження у галузі стійкості двотаврових балок з традиційно-гофрованою та змінно-гофрованою стінками, а також із традиційно-гофрованою стінкою з трапецеїдальним профілем гофрів.

Теоретичні викладки автора узгоджуються з чисельними експериментами.

У 2011 р. виходить робота С.В. Кудрявцева [49]. Робота присвячена вивченню концентрації напружень поблизу кругових отворів у гофрованих стінках балок, схильних до вигину. У результаті дослідження встановлено, що здатність гофрованої стінки балки у разі ослаблення її отворами значно знижується, причому зниження посилюється, якщо концентратор розташований у зоні впливу поперечних сил. Методами чисельного експерименту було визначено коефіцієнти концентрації напружень для отворів у разі знаходження у вище згаданих зонах чистого вигину та в зоні поперечного вигину балки. У роботі наведено методику для практичного інженерного розрахунку балок з гофрованими стінками, ослабленими круговими отворами.

## **Аналіз методів розрахунку двотаврових стрижнів з гофрованою стінкою**

В.Н. Горнов ще 1937 року запропонував найпростіший метод розподілу згинальних зусиль між стінкою та поясами у вертикально гофрованій балці. Даний спосіб дуже був популярний до кінця 70-х років минулого століття. Весь згинальний момент у балці, згідно з твердженнями автора, сприймався поясами, нормальних напружень у стінці при цьому не виникає, зате дотичні напруження вважаються рівномірними по всій висоті. Будь-яких рекомендацій щодо призначення розмірів гофрів та товщини стін автор не запропонував. Однак він першим досить переконливо обгрунтував можливість використання тонких поперечно-гофрованих стінок двотавровому стрижні, підтвердивши це експериментом.

З кінця 19 століття у великих суднах (наливних танкерах) всі перебірки почали виконувати гофрованими (у вертикальному або горизонтальному напрямку), за рахунок цього конструктивного рішення здійснювалося зменшення ваги конструкції без втрати жорсткості перебірок. Працюючи на поперечне навантаження, поздовжні перебірки включаються у роботу від загального вигину судна у поздовжньому напрямі, тобто перебірки працює як балка. Найбільший внесок у вивчення питань щодо визначення напруженого стану поздовжніх перебірок з вертикальним гофруванням зробили М.К. Глозман, Ш.З. Локшин та ін. При розгляді перебірки як балки, автори запропонували методику розрахунку, яка полягала у розбивці балки на три окремі елементи, вирішуючи окремо ці елементи, а потім порівнюючи деформації суміжних точок елементів, вони одержують рівняння, у тому числі знаходять невідомі функції.

Сама гофрована стінка розглядається як ортотропна платівка. Незважаючи великі розміри гофрів, перебірки вважатимуться ортотропними, т.к. їх розміри набагато перевищують розміри елементів гофрів. Автори у роботі [25] вперше запропонували метод розрахунку балки з гофрованою стінкою з використанням рівняння теорії пружності та рівнянь анізотропних пластинок. Величину переміщення чи прогинів балки вони пропонують знаходити із простого випробування судна на вигин.

Проведений експеримент пройшов не зовсім вдало, розміри гофрів прийняті пропорційно до розмірів поперечного перерізу, що видалило стінку від ортотропної платівки. Найбільшою заслугою авторів можна вважати обраний напрямок у розрахунку гофрованих балок.

Значний внесок у дослідження гофрованих згинальних стрижнів виконав Г.А. Ажермачов. Вперше навівши досить точні та прості формули визначення товщини стінки з умови стійкості її від зсувних зусиль та умови стійкості під зосередженою силою, що безсумнівно є важливим моментом при проектуванні балок з тонкою хвилястою стінкою. Теоретичні викладки, автор підкріпив великою кількістю проведених натурних та модельних експериментів. Основним недоліком у роботі є відсутність остаточних формул, що описують напружено-деформований стан балки.

Автори В.Ф. Кириленко, В.А. Волобих та Г.А. Окрайнець також внесли певний внесок з дослідження гофрованих балок. Запропонований у [28] шлях вирішення задачі для гофрованої балки вони розвивають його далі, але навіть деякі спрощення не дозволили їм отримати остаточних виразів, що повністю описують напружений стан довільного перерізу стрижня у зручній для інженерного розрахунку формі. За результатами випробувань 8-ми дослідних зразків, автори підтверджують теоретичні викладки.

За раніше виконаними дослідженнями Я.І. Олькова та О.М. Степаненка [20, 50, 51, 30, 21] запропоновано спрощену методику опису напруженого стану стінки довільного поперечного перерізу гофрованої балки в загальному випадку з похилим розташуванням гофрів, яка при вертикальному розташуванні гофрів відповідає методикам, отриманим у [13] та [9]. Для похило гофрованої стінки, представленої анізотропною пластинкою описано критичний стан та запропоновані вирази критичних напружень для її елементів. Для поясів похило гофрованої балки вперше визначено величини додаткових згинальних зусиль у них (згинальний момент і сила, що перерізує, в їх площині), викликаних зсувним зусиллям, переданим від стінки на пояс по лінії

контакту його зі стінкою та отримана гранична величина відносної ширини стисненого пояса, що враховує розміри гофрів та наявність у площині пояса місцевого вигину.

Переконаливим підтвердженням майже повного виключення із роботи на нормальні напруження безперервно гофрованої стінки стрижня двотаврового перерізу є дослідження О.П. Старікова. Автор представляє вертикально гофровану балку біматеріальним стрижнем із плоскою конструктивно-ортотропною стінкою з невідомими пружними постійними [52, 53].

Найбільших результатів дослідження гофрованих балок, а також впровадження їх у об'єкти будівництва досягли Ю.С. Максимов та Г.М. Остріков [9]. Завдяки авторам розроблено альбоми конструкцій поперечних рам каркасів промислових будівель прольотами 18, 24 і 30 м, а також прогони покриттів двотаврового перерізу з хвилястими стінками. Розглядаючи тільки трикутний профіль гофрів у стінці балки вони запропонували метод опису її критичного стану як пластинку з часто розташованими ребрами. Пропонований спосіб опису критичного стану дещо відрізняється від попередніх авторів. Автори описали напружений стан гофрованої стінки натурних балок та запропонували враховувати в роботі балки на вигин ділянки стінки, що примикають до поясів. Т.В. Михайлова проводила дослідження балок із різною орієнтацією розріджених закритих гофрів у стінці [36, 37]. Автор також робить висновки про практично повному виключенні поперечно-гофрованої стінки з роботи на вигин та при закритих гофрах. Крім того вона встановлює, що найбільшою несучою здатністю і жорсткістю в площині стінки мають вертикально гофровані балки.

Значний внесок у вдосконалення теорії розрахунку елементів із тонкою хвилястою стінкою досяг А.М. Степаненка [45]. Автор зміг описати НДС тонкостінного просторового стрижня з використанням теорії тонкостінних пружних стрижнів В.З. Власова, отримавши при цьому додаткові зусилля в перерізі у вигляді згинальних, згинально-крутного моменту, згинально-крутного бімоменту і моменту чистого кручення. Встановив, що крайові нормальні напруження в поясах стрижня від

додаткових зусиль можуть досягати до 40% основних. Автор пропонує описувати профіль гофрів простий універсальної формулою у вигляді синусоїди.

Уточнив НДС елементів із тонкою хвилястою стінкою П.І. Єгоров [54], запропонувавши описувати профіль гофрів за допомогою ряду Фур'є, що дозволяє описувати гофри різних профілів (трикутного, трапецеїдального). Автор також отримав значні додаткові зусилля у перерізі балки, при цьому для трикутного профілю вони незначні в порівнянні з трапецеїдальним. Обидва автори для визначення додаткових згинально-крутних зусиль пропонують враховувати у спільній роботі на нормальні зусилля половину перерізу стінки, що не відповідає висновкам інших авторів, оскільки насправді, разом із кожним поясом здебільшого працює тільки невелика частина стінки (0,1 ... 0,3 її висоти), причому з різко загасаючими епюрами напруження з віддаленням від поясів.

У доступній літературі не виявлено досліджень з більш точного опису напруженого стану стрижнів із гофруванням готельних елементів їх перерізів.

Аналізуючи теоретичні та експериментальні викладки у галузі дослідження напружено-деформованого стану гофрованих стрижнів (балок, арок та колон), приходиш до висновку, що поперечне (вертикальне) гофрування тонкої стінки у стрижневих конструкціях є більш раціональним та економічним.

У більшості з наведених робіт автори описують напружений стан довільного поперечного перерізу прийомом розчленування його на окремі елементи (два пояси і стінка), при цьому гофрована стінка представляється плоскою і розраховується як ортотропна пластинка.

Автори не наводять остаточних виразів, що описують напружене стан довільного поперечного перерізу. Частково враховувати мінливість положення стінки у довільному поперечному перетині та описати напружений стан запропонували автори О.М. Степаненко та Я.І. Ольків.

У пізніших роботах О.М. Степаненко описує напружено-деформоване стан тонкостінного просторового стрижня з використанням теорії тонкостінних пружних стрижнів В.З. Власова. Автор пропонує описувати профіль гофрів є простою універсальною формулою у вигляді синусоїди. Цю роботу доповнив О.М. Степаненко П.І. Єгоров, запропонувавши універсальну функцію опису форми профілів (трикутного, трапецеїдального).



## Приклади реалізації стрижнів із поперечно гофрованою стінкою у будівництві

Балки з гофрованою стінкою мають дуже велику сферу застосування. Дуже багато прикладів реалізації цих балок у будівництві мостів. У Франції 1986 року було збудовано перший міст. Першим мостом у якому була застосована технологія гофрування став міст для руху автомобілів «Cognac bridge», зведений у Франції в 1986. Французька компанія Campeon Bernard розробила даний проект [55, 56, 57, 58].

Поперечний переріз моста, зображений на малюнку 4, виглядає як замкнутий трапецієподібний переріз зі стінками виконаними гофрами висотою 1771мм та товщиною 8мм, нахиленими до поясів під кутом близько 350 . Довжина мосту складає 107,82 м. Три секції даного мосту, попередньо напружені, представляють прогонову будову мосту. Тонкостінні трапецеїдальні гофри, використані в даній будові, які були застосовані замість плоских товстих плоских стінок, дозволили скоротити металоємність цієї конструкції.

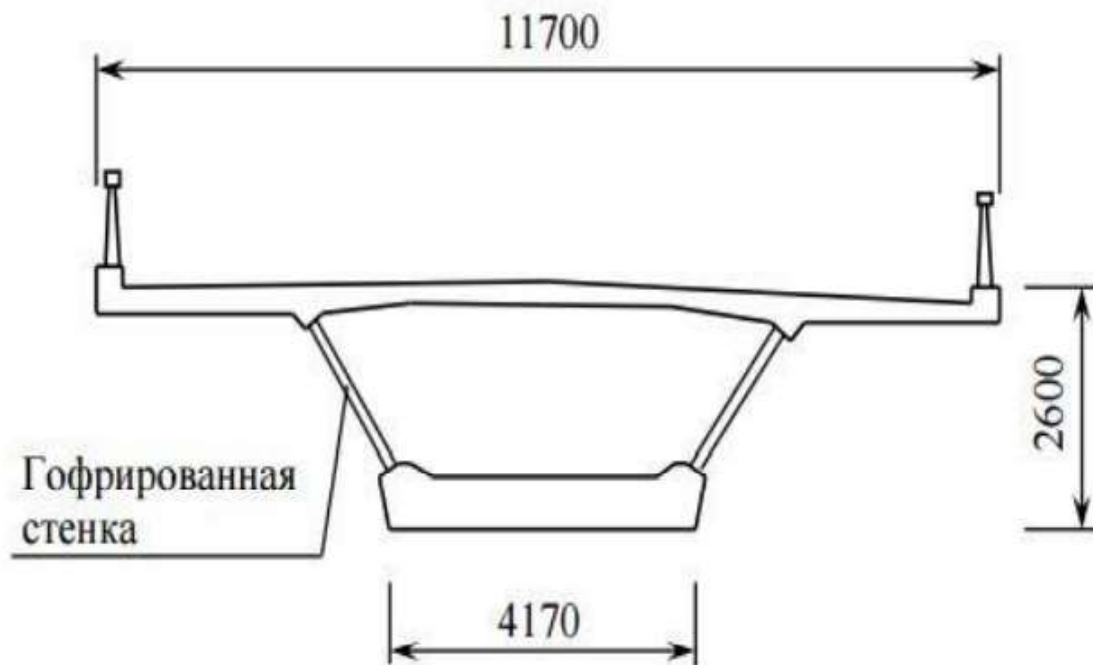


Рисунок 4 - Поперечний переріз мосту Cognac bridge (Франція)

Так само в період з 1987 по 1995 роки у Франції було збудовано ще три мости з такими ж гофрованими стінками.

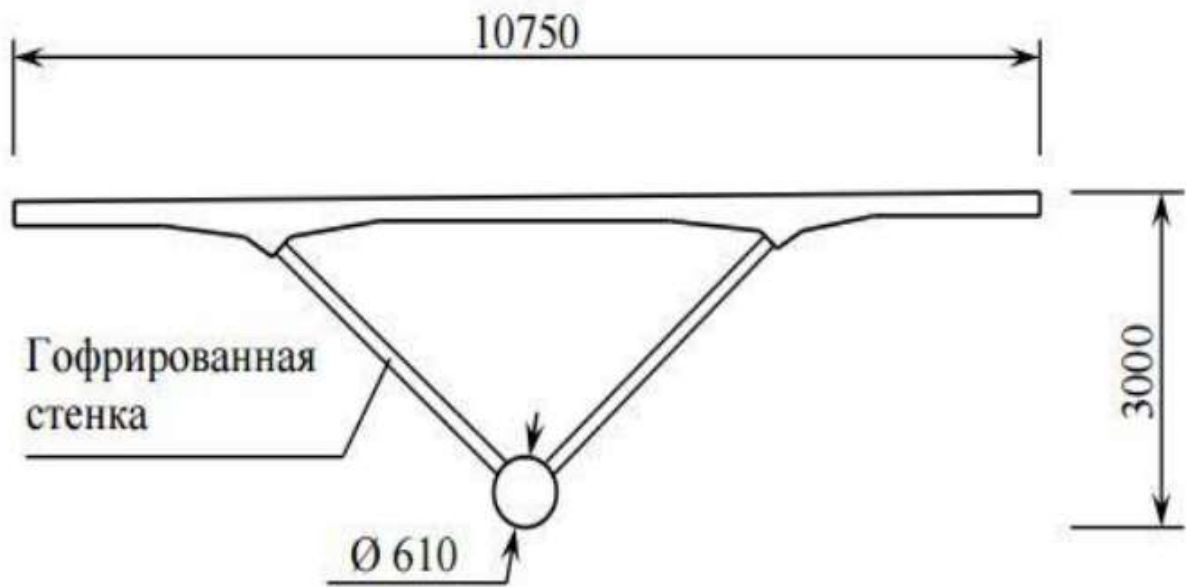


Рисунок 5 – Поперечний переріз мосту Val de Maupre Viaduct (Франція)

Серію мостів збудованих у проміжок часу з 1987 по 1995 – відкриває Val de Maupre Viaduct». Він сполучав береги через річку Шаранту в 1987 [55, 56, 57, 58]. Перетин даного моста, зображений на малюнку 5, трикутної форми катети представлені хвилястими гофрованими стінками завтовшки 8 мм. Нижній пояс виконаний із сталевोї труби, заповненої бетоном, а верхній – залізобетонні плити. Довжина мосту становить 324,45 м, які розділені на сім попередньо напружених секцій.

У 1989 році було зведено другий міст із цієї серії. Його назва «Parc Asterix Bridge». Він зведений через автошлях A1 поблизу Парижа [55, 56, 57, 58]. Перетин цього моста складається з двох сталевих, паралельно розташованих, двотаврових балок з трапецеїдально гофрованими стінками, а верхній пояс виконаний у вигляді залізобетонних плит. Міст, загальною довжиною 74,8 м, був розбитий на дві прогонові будівлі.

Третій міст цієї серії мостів, зведених у Франції – «Dole Bridge» завершено 1995 р. [55, 58, 59]. Перетин моста є замкнутим трапецієподібним перерізом зі стінками у вигляді гофр та поясами із залізобетонних елементів. Гофровані стінки мають трапецеїдальний переріз не постійної за довжиною висоти від 1081 до 4011 мм та завтовшки від 8мм до 12мм. Загальна довжина моста 496м розбита на вісім секцій.

Японці запозичили цю ідею у Французів. У 1993 році в Японії почалося будівництво «Shinkai Bridge», 1995 року «Matsunoki №7», а 1997 року «Hondani Bridge» [58, 60, 61, 62] та у 2005 році «Yahagigawa bridge» 2005 [63].

Мости «Shinkai Bridge» та «Matsunoki №7» – Похилі сталеві стінки завтовшки 8мм з трапецеїдальним перерізом гофрів та залізобетонні пояси разом утворюють переріз моста замкнутої трапецеїдальної форми.

Переріз мосту Hondani Bridge – прямокутної замкнутої форми зі стінками, виконаними з трапецеїдальним перерізом гофрів не постійної по довжині висоти від 1780 до 5250мм та товщиною 12мм. Пояси виконані із залізобетону. Повна довжина всіх прольотів моста складає 198,4м.

Міст "Yahagigawa bridge" зображений на рисунку 6 - перший підвісний міст з використанням гофрованих стінок. Сім, трапецеїдально гофрованих поздовжніх стінок, коробчатого перерізу, з'єднані поясами із залізобетонних елементів. Ширина даного мосту складає 43,8м, загальна довжина 235м, висота моста знаходиться в межах від 4 до 6м [63].



Малюнок 6 - Фотографія підвісного мосту "Yahagigawa bridge" (Японія)

Гофро-балки, запроектовані несучими елементами будівель, вперше застосовано у Швеції 1966 року [43, 58, 64]. Була організована лінія з виробництва двотаврових балок зі стінкою із профільованого листа трапецеїдального перерізу.

У Болгарії в 1985 році було розпочато виробництво сталевих двотаврових балок з гофрами хвилястого типу. Ці гофри мають більшу стійкість, ніж гофри трапецеїдальні гофри та трикутні. Товщина стінки на стільки мала, що для перекриття прольоту в 6 метрів і висоті самої балки 600 мм товщина стінки всього  $t_w = 2,5$  мм. Приварювання стінки до поясів балки проводилося в середовищі вуглекислого газу, напівавтоматичним зварюванням, з використанням порошкових електродів [43].

У малоповерховому будівництві, у Франції, так само не обійшлося без цієї технології. У 1988 році набули поширення металодерев'яні балки та прогони типу «Nail-

Web» із гофрованою стінкою. Проліт балок "Nail-Web" досягав 12м, висота варіювалася в межах від 180 до 470мм. Дані балки мали двотавровий перетин. Стінка виготовлялася із сталевго оцинкованого хвилястого листа, а полиці балки з дерев'яні бруси. Стінка мала висоту від 105 до 350 мм і була прикріплена до полиці з допомогою резорцинового клею. Прогони за конструкцією аналогічні балкам. Глибина закладення стінки в пояси досягала 20мм [43].

Поява балок даного типу в Росії бере свій початок у 1982 р. у Казахському відділенні ЦНДІПроектстальконструкції. У 1982 році ЦНДІПроектстальконструкції була розроблена конструкція із застосування кроквяних балок з гофрованими стінками для корпусу заводу 20 років Жовтня в Алма-Аті. Дана конструкція покриття (рисунок 7) включала в себе двотаврові кроквяні балки, довжиною 6м виконані з гарячекатаних профілів, зв'язку. Балки цієї кроквяної системи мали довжину 24м. Перетин гофру в цих балках був трикутним, висота досягала 1500мм, а товщина стінки 4мм.. Стінка даних балок була виконана зі сталі ВстЗкп2 (С235), а для поясів була прийнята низьколегована сталь 09Г2С-2 (С345). За даних параметрів обсяг необхідної сталі становив 21,6 кг/м<sup>2</sup> , навантаження ж на покриття дорівнювало 4 кН/м<sup>2</sup> . Застосування кроквяних балок з гофрованою стінкою в порівнянні з фермами виконаними з парних не рівнополочних куточків дозволило знизити загальну металомісткість на 15%, як наслідок кошторисну вартість – на 18% [31, 65]. Це було досягнуто з допомогою спрощення системи зв'язків.



Рисунок 7 – Система покриття будівлі корпусу заводу “20 лет Октября” у м. Алма-Аті (Казахстан).

Через деякий час у ЦНДІПроектстальконструкції розробили проект покриття бази Метробуду у м. Алма-Аті. Несучими елементами покриття були прийняті зварені двотаврові балки з гофрованою стінкою трикутного контуру гофру. Висота даних балок була 1м товщина стінки 3мм, крок балок покриття сягав 12м. Дані балки були розраховані за двопролітною нерозрізною схемою (2х18м). Шарнірне спирання на колони. Прогони прольотом 12 метрів так само були виконані з балок з трикутно гофрованою стінкою. Висота прогонів у прольоті досягала 610 мм, а на опорах 150 мм. Економія металу була в межах 15-20% порівняно з аналогічними тонкостінними прогонами [9, 31, 65].

У 1982 р. 6 об'єктів було виконано з використанням сталевих балок із поперечно гофровані трикутні стінки. Загальна маса становила 605 т, площа збудованих об'єктів становила 35,2 тис. м<sup>2</sup>. Економія стали була до 210 т, що становило приблизно 25% від обсягу [9, 31, 65, 66, 67,68].

У 1987 р. відділ ЦНДІпроектстальконструкція розробив і впровадив арочні не опалювальні будівлі прольотом 15м загальною площею будівлі 920 м<sup>2</sup>. Вони були призначені для зберігання сільськогосподарських продуктів та техніки. Висота в ковзані, даних напівциліндричних покриттів досягала 7,5м. Трикутно гофровані тонкостінні арки застосовані у покритті. Спеціалізована лінія для створення арок з гофрованою стінкою була розроблена з урахуванням формоутворення криволінійної гофрованої стінки. Воно здійснюється за рахунок зміни співвідношення розмірів ширини та висоти гофр по висоті стінки [69].

Також у 1987 р. було розроблено конструкція покриття типу «Алма-Ата» [9,69,70]. Вона була застосовна для однопрогонової та двопрогонової будівлі. Конструкція розроблена для I - IV снігових та вітрових районів, сейсмічність майданчика будівництва може досягати 9 балів, розрахункова температура повітря мінус 40 °С та вище з неагресивним та слабоагресивним середовищем. Прольоти даних типів будівель 18 метрів.

Розміри однопрогонової будівлі в плані 18х48 м, з висотою рам, що дорівнює 6600 мм і кроком колон 6 м. Будівля може бути обладнана одним підвісним краном вантажопідйомністю 3,2т. З'єднання колон з ригелем та фундаментом жорстке. Каркасом цих будівель є поперечні рами. Колони та ригелі виконані із сталевих зварних двотаврів із трикутно гофрованою стінкою, перетином 720х3 мм. Ухил покрівлі для цих покриттів трохи більше 1,5%. Утеплення виконується мінераловатними плитами викладених на профільований настил, що оперується на прогони із гарячекатаних швелерів. Крок прогонів 3м.

Двопролітна будівля в плані має розміри 2х18х72 м, висота по рамі 8400 мм, крок колон будівлі 6 м. Покрівля виконується двосхилим з зенітними ліхтарями. Кожен проліт може обладнатися двома підвісними чи двома мостовими кранами. Вантажопідйомність та режим роботи 3,2т 3К, 10т 1К-5К відповідно. Рігель

запроектований нерозрізним із шарнірним опиранням на середню колону. Каркас складається з двопрогонової рами, колони якої жорстко защемлені у фундаментах.

Можливість застосування покриття по кроквих балках системи «Алма-Ата» в IV снігових та I-IV вітрових районах. А також у районах з розрахунковими температурами зовнішнього повітря мінус 40°C і вище і з розрахунковою сейсмічністю 6 балів робить ці каркаси актуальними на той час біля Росії наближеної до Казахстану [9, 69, 70].

Дані покриття можуть бути застосовані в однопрогонових та багатопрогонових будинках. Можливість застосування зенітних ліхтарів також дає цим покриттям деяку універсальність. Можливі прольоти будівлі варіюються за межами 18-30м. Висота будівлі до низу кроквяних ферм не більше 18 м. Крок колон 6 та 12 та 18м.

У цих будівлях можливе встановлення мостових та підвісних кранів з режимами роботи 1К-7К вантажопідйомність мостових кранів може досягати 50т, а підвісних кранів до 5т.

Виконання монтажних вузлів кроквяних балок можливе як на фланцях з міцними болтами так і на зварюванні. Установка для ротаційного гофрування стінки балки, введена в лінію з виготовлення звичайних зварних двотаврових плоскостенчастих балок, дозволяє виготовити конструкції «Алма-Ата» на звичайному обладнанні заводів, що випускають будівельні металоконструкції.





Рисунок 8 - Купол покриття одинадцятиповерхової будівлі бізнес-центру в м. Алма-Ати (Казахстан).

Рисунок 9 – Каркас дев'ятиповерхового житлового будинку в процесі будівництва м. Алма-Ати (Казахстан)



З 1982 по 2006 р. у Казахському відділенні ЦНДІПроектстальконструкції було розроблено велику кількість проектів з використанням технології гофрування тонкостінних елементів: будівля аеропорту в м. Ашгабаді; каркас багатоповерхового адміністративного корпусу м'ясокомбінату у м. Алма-Аті, похилий міст доменного цехи; підкранові балки під крани режиму роботи 6К складі сировини цементного заводу; прогонові будови естакади для трубопроводів; купол над одинадцятиповерховим офісною будівлею (рисунок 8); будівля торговельного центру; житловий дев'ятиповерховий будинок у м. Алмати (рисунок 9); ангар для літаків, і багато іншого було збудовано в цей період [9].

З 1993 р. Австрійська компанія «Zeman» успішно реалізувала виробництво сталевих двотаврових балок з гофрами хвилястого контуру. Її повністю автоматизована лінія дозволяла виробляти до 1,2 погонного метра балки в хвилину [12, 71]. Комп'ютерне управління лінії здійснює безперервне гофрування і приварювання стінки балки до поясів зі швидкістю до 2 м/хв. Розміри можливих балок можуть досягати довжини до 36 м, висоти від 500 до 1500 мм, зі стінкою можливої товщини. від 1,5 до 5мм. У Росії роботизовані лінії та цехи фірми «Zeman» з 2006 року.



Рисунок 10 - Покриття будівлі із застосуванням балок виготовлених на устаткуванні фірми «Zeman» (Польща)

# Основи роботи та розрахунку згинальних елементів з гофрованою стінкою

## Основи роботи елементів, що згинаються з гофрованою стінкою

Навантаження  $p_y$ , прикладені в серединній площині балки з гофрованою (або плоскою) стінкою, викликають зсувну силу  $Q_y$  в напрямку осі  $y$  і згинальний момент  $M_x$  щодо осі  $x$  (рисунок 16). Сила  $Q_y$  та момент  $M_x$  діють у серединній площині балки та можуть бути визначені звичайними засобами будівельної механіки.

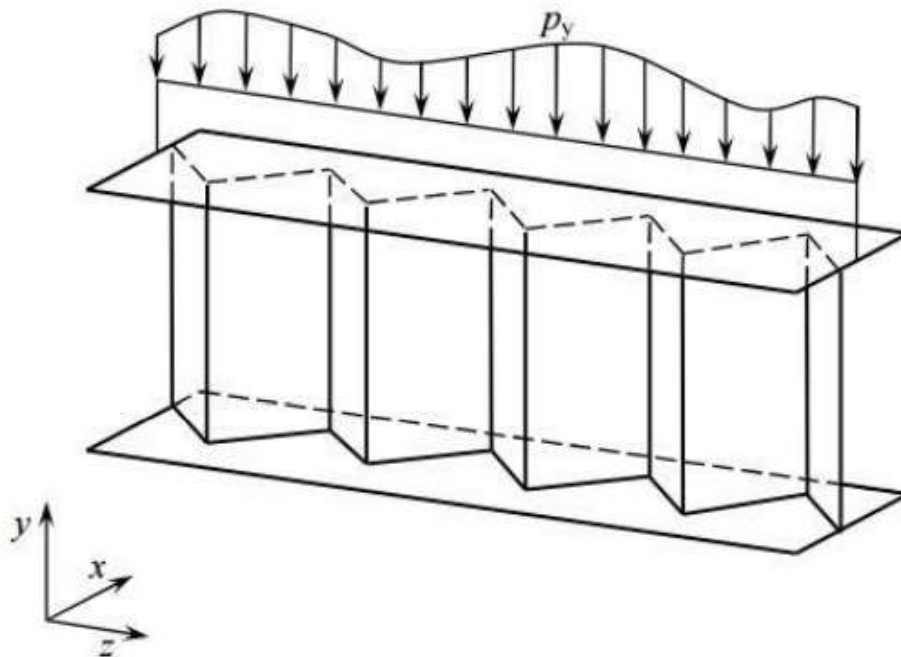


Рисунок 16 - Балка з гофрованою стінкою під впливом навантажень у площині стінки

Для балок, що згинаються, з плоскою стінкою, у яких проліт значно перевищує висоту поперечного перерізу ( $y$  5 і більше разів), експериментально підтверджується гіпотеза плоских перетинів Бернуллі. Відповідно до цієї гіпотези зміна деформацій по висоті перерізу відбувається за лінійним законом, напруження розподіляються аналогічно лише до межі плинності (рисунок 17). Напруження в точках, що знаходяться на відстані  $y$  від нейтральної осі, визначаються за формулою 17.

$$\sigma_x = \frac{M_x \cdot y}{I_x}, \quad (17)$$

де  $M_x$  - згинальний момент у аналізованому перерізі балки;  $I_x$  – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки.

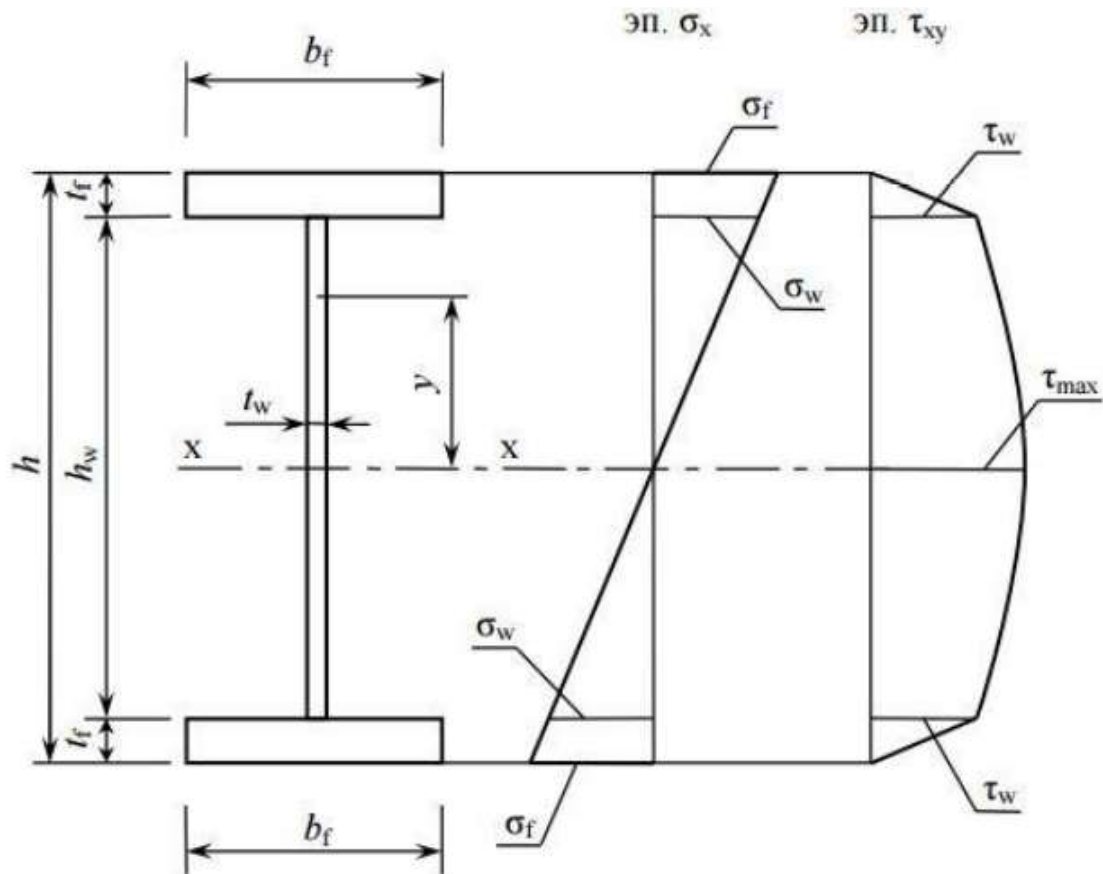


Рисунок 17 – Розподіл нормальних та дотичних напружень перерізу балки з плоскою стінкою при вигині

Максимальне напруження, що виникає у крайній фібрі перерізу при  $y = h/2$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}, \quad (18)$$

де  $W_x = I_x \cdot \frac{2}{h}$  - осьовий момент опору перерізу.

Однією з важливих характеристик балки з гофрованою стінкою є поздовжня жорсткість стіни. Під дією осьового стиснення гофрована стінка може нерівномірно по довжині розтягуватися в одному поясі і стискатися в іншому і тому не сприймає будь-які значні осьові (у поздовжньому напрямку) зусилля у порівнянні з плоскою стінкою під дією такого ж навантаження. На рисунку 18 наведено основні геометричні параметри гофрованої стінки: крок гофрів  $a$ , висота гофрів  $f$ , ширина панелі гофру  $b_w$  та кут гофрування  $\alpha$ .

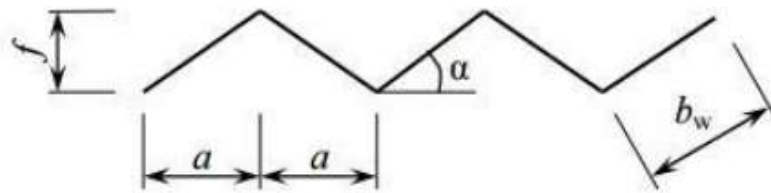


Рисунок 18 – Геометричні параметри гофрованої стінки

У роботі [55] показано, що поздовжня жорсткість гофрованої стінки від кількох сотень до кількох тисяч разів менше жорсткості плоскої стінки звичайної двотаврової балки. Через цю особливість вклад стінки у сприйняття згинального моменту зневажливо малий і вважатимуться, що згинальний момент  $M_x$  сприймається повністю поясами.

Грунтуючись на теорії тонкостінних балок [46], можна стверджувати, що стінка і пояси сприймають лише зусилля, які у площині їх поперечного перерізу. Це означає, що зсувна сила  $Q_y$  сприймається повністю стінкою.

Вигин у площині балки викликає нормальне напруження в поясах  $\sigma_f$ , дотичні напруження в стінці балки  $\tau_w$  і дотичні, що змінюються за лінійним законом напруження в поясах  $\tau_f$  внаслідок зміни нормальних напружень  $\sigma_f$  по довжині балки (Рисунок 19).

Кількісно  $\sigma_f$  як і  $\tau_w$  і  $\tau_f$  можуть бути визначені за допомогою звичайної теорії балок за формулами 19, 20, 21.

$$\sigma_f = \frac{M_x \cdot y}{I_x}, \quad (19)$$

$$\tau_w = \frac{Q_y \cdot S_x}{I_x}, \quad (20)$$

$$\tau_f = \frac{Q_f \cdot S_x}{I_x}, \quad (21)$$

де  $S_x$  – статичний момент напівтини;

$I_x$  – осьовий момент інерції перерізу.

Значення  $S_x$  і  $I_x$  обчислюються без урахування впливу стінки під час роботи балки на поперечний згин.

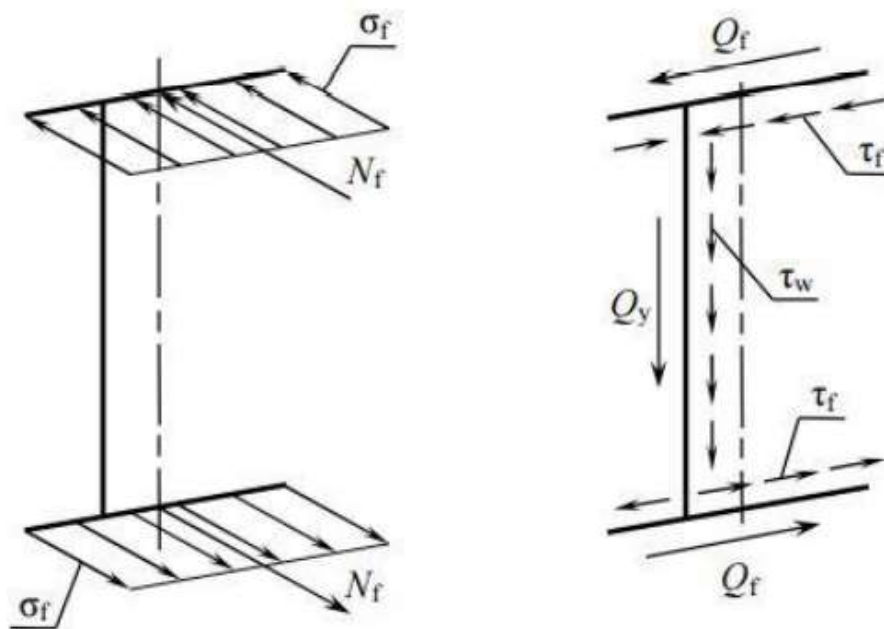


Рисунок 19 – Нормальні, дотичні напруження та результуючі зусилля у двотавровій балці з гофрованою стінкою

### Розподіл нормальних напружень у гофрованій стінці балки

На рисунку 20 зображено поперечний переріз балки з гофрованою стінкою та позначені основні геометричні параметри: товщина гофрованої стінки  $t_w$ , висота гофрованої стінки  $h_w$ , товщина поясів балки  $t_f$ , ширина поясів  $b_f$ , відстань між центрами тяжкості поясів  $h_f$ , висота гофрів  $f$  і загальна висота балки  $h$ .

При більш точному розв'язанні задачі про розподіл напружень гофровану стінку замінюють еквівалентною їй за твердістю анізотропною пластинкою [74, 75]. Товщину  $t_{eq}$  еквівалентної плоскої стінки знаходять з рівності деформації плоскої та гофрованої смужок однакової ширини, розтягнутих одиничною силою.

$$t_{eq} = v \cdot t_w, \quad (22)$$

де  $t_w$  – товщина гофрованої стінки;

$v$  – коефіцієнт, що визначається для стінки з гофрами трикутного обрису по формулі.

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{a}\right)^2}} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{a}\right)^2 + (1 - \mu^2) \cdot \left(\frac{f}{t_w}\right)^2}, \quad (23)$$

де  $a, f$  – крок і висота гофрів, см;

$\mu$  – коефіцієнт Пуассона, прийнятий рівним 0,3.

Це рішення також не відповідає дійсній роботі балки, тому що не враховує вплив поясів на поперечні деформації гофрованої стінки, внаслідок чого занижуються її несуча здатність та жорсткість.



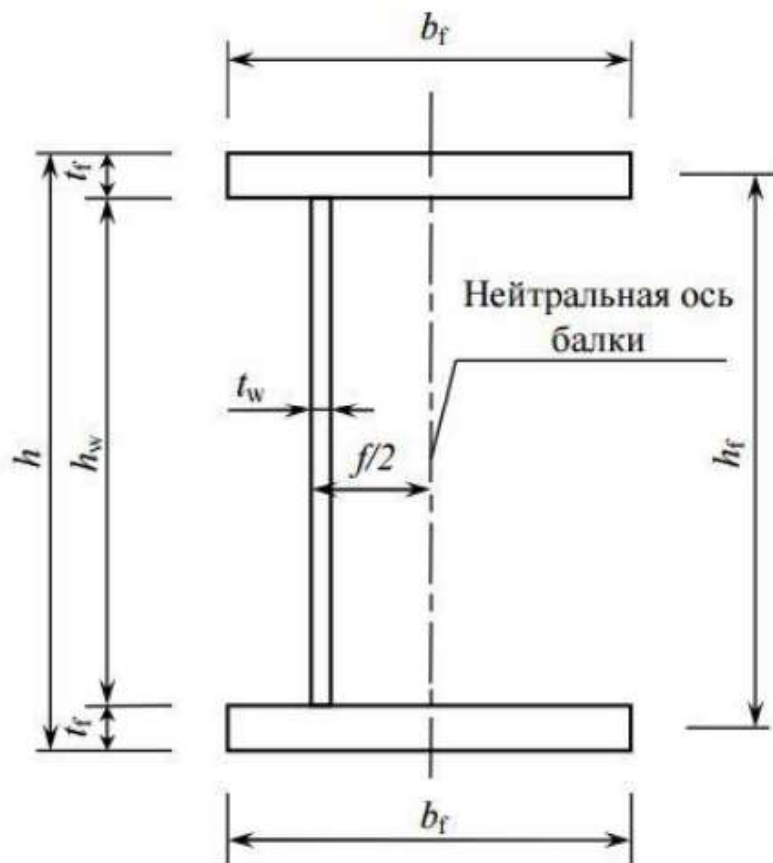


Рисунок 20 – Поперечний переріз балки з гофрованою стінкою

Насправді приварювання гофрованої стінки до пояса балки стискає її поперечні деформації, тому стінка у місці контакту з поясом працює аналогічно плоскій тієї ж товщини  $t_w$ . У міру віддалення від пояса до осі балки заземлювальний вплив пояси на роботу гофрованої стінки швидко зменшується і на деякій відстані  $ch_w$  ( $h_w$  - висота гофрованої стінки) зникає зовсім [9, 33, 69, 76, 77, 78].

Якщо припустити, що гіпотеза плоских перерізів справедлива для балки з вертикально гофрованою стінкою, тоді цю стінку можна замінити еквівалентною їй по роботі плоскою стінкою із змінною по висоті завтовшки.

Дослідження Острикова Г.М., Максимова Ю.С., Долинського В.В. [33] показали, що для практичних розрахунків можна прийняти, що на ділянках, що примикають до

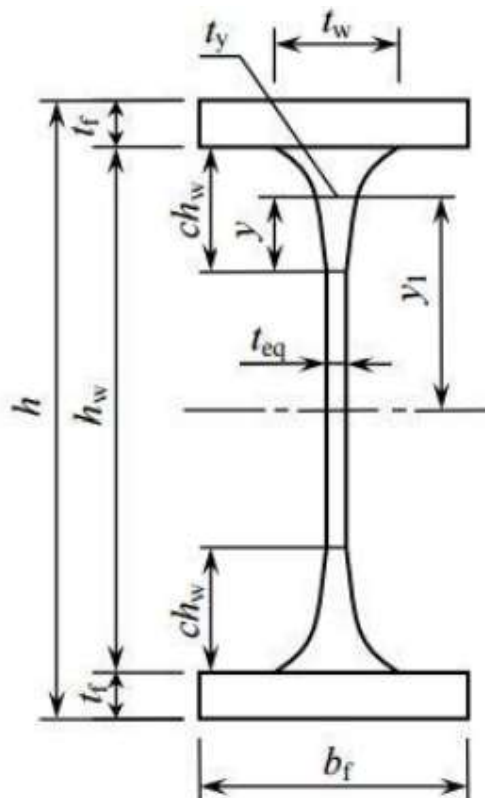
$$t_y = t_{eq} + \frac{t_w - t_{eq}}{(ch_w)^2} \cdot y^2 = t_w \left( v + \frac{1-v}{(ch_w)^2} \cdot y^2 \right). \quad (24)$$

поясів балки висотою  $ch_w$ , товщина еквівалентної плоскої стінки  $t_y$  змінюється від  $t_{eq}$  до  $t_w$  за законом квадратної параболи (рисунок 21).

Коефіцієнт визначається за емпіричною формулою 25

причому  $a$ ,  $h_w$  і  $f$  – слід підставляти у формулу в сантиметрах.

Рисунок 21 – Поперечний переріз балки із плоскою стінкою змінної товщини



Дослідження [9, 33] дозволили виявити вплив параметрів гофрів – довжини  $a$  та висоти  $f$  на ступінь участі гофрованої стінки у сприйнятті згинального моменту в

$$\beta = \nu + 2c \cdot (1 - \nu) \cdot (1 - c + 0,4c^2), \quad (26)$$

порівнянні з плоскою стінкою тієї ж товщини. Частка згинального моменту, сприймається гофрованою стінкою в порівнянні з плоскою, враховується введенням коефіцієнта  $\beta$ , що визначається за формулою 26

де  $\beta$  – коефіцієнт, що показує відношення моментів інерції гофрованої та плоских стінок однакової товщини.

Враховуючи, що робота на вигин балки з гофрованою стінкою еквівалентна роботі балки із плоскою стінкою змінної товщини (рисунок 21), її момент інерції можна визначити так:

$$I_c = \frac{A_f h_f^2}{2} + \frac{t_{eq} h_w^3}{12} + 2 \int_0^{ch_w} (t_y - t_{eq}) \cdot (0,5h_w + ch_w + y)^2 dy = \frac{A_f h_f^2}{2} + \beta \cdot \frac{t_w h_w^3}{12}, \quad (27)$$

де  $A_f$  – площа перерізу пояса балки,  $\text{см}^2$ ;  $h_f$  – Відстань між центрами тяжкості поясів,  $\text{см}$ ; З урахуванням (формули 18) нормальні напруження в гофрованій стінці можна обчислити за такою формулою:

$$\sigma_w = \frac{M_x}{I_c} \cdot y_1 \cdot \frac{t_y}{t_w}, \quad (28)$$

де  $\sigma_w$  – нормальна напруга в гофрованій стінці балки;

$y_1$  – відстань від нейтральної осі перерізу до волокна, що розглядається.

### Розподіл дотичних напруг у гофрованій стінці балки

Якщо згинальний момент  $M_x$  виникає в перерізі балки з гофрованою стінкою сприймається практично повністю поясами (рисунок 22), то сила, що перерізує  $Q_y$  сприймається перетином гофрованої стінки. Згідно з експериментальними дослідженням [9, 13, 15, 32, 33, 55, 56, 59, 68, 76, 79-83], та розрахунками методу кінцевих елементів [84-90], розподіл дотичних напружень по висоті стінки носить рівномірний характер (рисунок 22), і практично не залежить від параметрів гофрів, тому дотичні напруження у стінці можна визначити за формулою 29.

$$\tau_w = \tau_{\max} = \frac{Q_y}{h_w t_w}, \quad (29)$$

де  $\tau_{\max}$  – максимальне дотичне напруження в стінці балки від розрахункової навантаження;

$h_w$  - повна висота гофрованої стінки;

$t_w$  - Товщина гофрованої стінки.

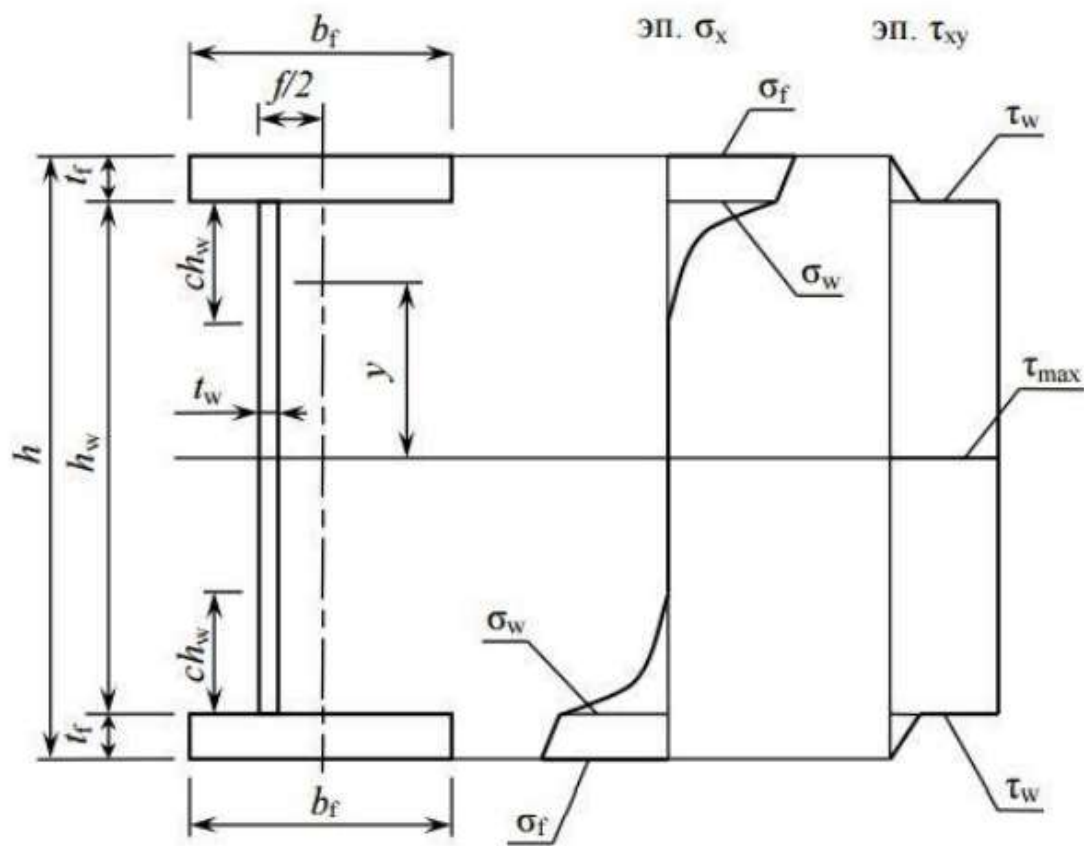


Рисунок 22 – Розподіл нормальних та дотичних напружень у перерізі балки з гофрованою стінкою при згинанні.

## Перевірка міцності балки, що працює в межах пружних деформацій

Для перевірки міцності елементів, що згинаються, що працюють в межах пружних деформацій, відповідно до основної нерівності першого граничного стану необхідно, щоб максимальні нормальні та дотичні напруження в балці від розрахункового навантаження не перевищували відповідних розрахункових опорів:

$$\sigma_{\max} \leq R_y \gamma_c, \quad (30)$$

$$\tau_{\max} \leq R_s \gamma_c, \quad (31)$$

де  $R_y$  – розрахунковий опір сталі розтягуванню, стиску, вигину за межею плинності;

$R_s$  - розрахунковий опір сталі зсуву;

$\gamma_c$  – коефіцієнт умов роботи згідно з СП16.13330.2011 [91].

Як показано вище в балках двотаврового перерізу з тонкими поперечними гофрованими стінками при поперечному згині відбувається поділ функцій роботи елементів - пояси сприймають згинальний момент, стінка практично тільки поперечну силу. Тому в [92] перевірку міцності таких балок рекомендується виконувати за формулами

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{A_f h_f} \leq R_y \gamma_c, \quad (32)$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y}{h_w \cdot t_w} \leq R_s \gamma_c \gamma_{wc}, \quad (33)$$

де  $\gamma_{wc} = 0,9$  - коефіцієнт умов роботи поперечно-гофрованої стінки на зріз, що враховує можливий розвиток пластичних деформацій у поздовжніх краях гофрованої стінки балки.

### **Перевірка міцності балки з урахуванням розвитку пластичних деформацій у поясах балки**

У елементах, що згинаються, на відміну від центрально розтягнутих (стиснутих) стрижнів поява фібрової плинності не призводить до вичерпання несучої здатності, оскільки глибині перерізу значення напружень менше межі плинності і, отже, стрижень чинитиме опір при подальшому зростанні навантаження.

У сталевих балках двотаврового перерізу з плоскою стінкою підвищення несучої здібності при розвитку пластичних деформацій досягається за рахунок збільшення нормальних напружень у стінці. Враховуючи, що поперечно-гофровані стінки двотаврових балок практично не сприймають згинальний момент, то при статичній навантаженні збільшення їхньої несучої здатності не відбудеться.

Тому двотаври з поперечно-гофрованою стінкою слід розраховувати лише у пружній стадії [92, 93]. При короткочасному знакозмінному навантаженні з дуже рідкісною повторюваністю (наприклад, сейсмічної) двотаври з поперечно-гофрованою стінкою допускається розраховувати на поперечний вигин з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій у поясах, приймаючи як розрахунковий збільшений межа текучості сталі:

$$\sigma_{\max}^{\text{pl}} = \frac{M_x}{A_f h_f} \leq (1,2 \dots 1,4) \cdot R_y \gamma_c, \quad (34)$$

де  $\sigma_{\max}^{\text{pl}}$  – нормальне напруження в поясах балки з гофрованою стінкою з з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій у поясах. Поперечно-гофровані стінки балок двотаврового перерізу розраховуються на міцність та стійкість тільки в пружній стадії.

### Перевірка місцевої стійкості стисненого пояса балки

Під дією стискаючих нормальних напружень вільний край пояса балки може хвилеподібно витріщитися зі своєї площини (втрата місцевої стійкості пояса). Стиснутий пояс балки з гофрованою стінкою частіше втрачає стійкість на ділянках, прилеглих до вершин гофрів (рисунк 23), тому що тут звис пояса  $b_{ef}$  максимальний [18, 45, 55, 81, 82, 85-87, 94-102].

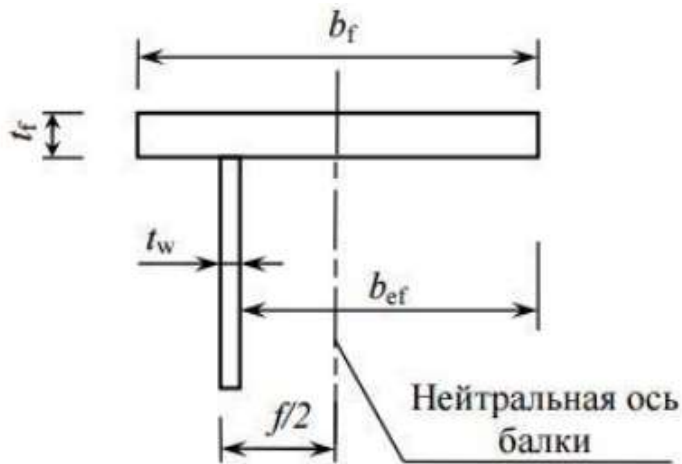


Рисунок 23 - Звис стисненого пояса балки з гофрованою стінкою

У разі балки з плоскою стінкою перевірка місцевої стійкості стисненого поясу балки згідно з [40] здійснюється за формулою 35.

$$\frac{b_{ef}}{t_f} \leq \left[ \frac{b_{ef}}{t_f} \right] \quad (35)$$

Де  $\frac{b_{ef}}{t_f}$  - гранично допустиме значення відношення вільного звису стисненого пояса балки для його товщини, прийняте по табл. 30 [40].

У балки з гофрованою стінкою звис пояса непостійний по довжині балки: у вершині гофра звис пояса можна визначити з одного боку  $b_{ef} = 0.5 \cdot b_f - 0.5 \cdot f$ , з іншого сторони  $b_{ef} = 0.5 \cdot b_f + 0.5 \cdot f$  у місці, де гофрована стінка перетинає нейтральну вісь балки  $b_{ef} = 0.5 \cdot b_f$ , на інших ділянках балки звис пояса приймає якесь проміжне значення між цими величинами. Існує кілька думок, яке значення вільного звису слід



приймати під час перевірки місцевої стійкості стисненого пояса балки з гофрованою стінкою. У 1997 р. Johnson R.P. та Cafolla J. у роботі [98] в результаті чисельних розрахунків МКЕ і натурних випробувань моделей балок з трапецієподібно гофрованою стінкою приходять до висновку, що звис пояса у разі балки з гофрованою стінкою під час перевірки місцевої стійкості пояса слід визначати за формулами

$$\begin{aligned} b_{ef} &= 0,5 \cdot b_f & \text{если } R \leq 0,14, \\ b_{ef} &= 0,5 \cdot b_f + 0,5 \cdot f & \text{если } R > 0,14, \end{aligned} \quad (36)$$

Де  $R = \frac{f}{2 \cdot b_f}$  - у разі балки із трикутно гофрованою стінкою.

У 2005 р. Sayed-Ahmed E.Y. у роботі [101] внаслідок чисельних розрахунків моделей балок з трапецієподібно гофрованою стінкою МКЕ робить висновок, що при перевірці місцевої стійкості стисненого пояса балки з гофрованою стінкою можна у всіх випадках приймати за формулою

$$b_{ef} = 0,5 \cdot b_f + 0,5 \cdot f. \quad (37)$$

У [92] при перевірці місцевої стійкості стисненого пояса балки з трикутно гофрованою стінкою рекомендується приймати величину звису пояса за формулою

$$b_{ef} = 0,5 \cdot b_f + 0,35 \cdot f. \quad (38)$$

Таким чином, згідно [92] перевірка стійкості стисненого пояса балки з гофрованою стінкою має виконуватися за формулою (35). У 1972 р. Степаненко О.М. у роботі [95] за результатами натурних випробувань моделей балок із хвилясто гофрованою стінкою дає рекомендації про те, що для забезпечення стійкості стисненого пояса балки з хвилясто гофрованою стінкою повинні виконуватися такі умови:

у зоні чистого вигину –

$$\frac{(0,5b_f + f)}{t_f} \leq 0,95 \cdot \sqrt{\frac{k_1 E}{R_y}}, \quad (39)$$

у зоні поперечного вигину –

$$\frac{0,5b_f}{t_f} \leq 0,82 \cdot \sqrt{\frac{k_2 E}{R_y}}, \quad (40)$$

$$k_1 = 0,0645 \cdot \left( \frac{b_f + 2f}{a} \right)^2 + 0,427, \quad (41)$$

$$k_2 = \left( \frac{b_f}{4a} \right)^2 + 0,456. \quad (41)$$

## Перевірка місцевих нормальних напружень у стінці

У місцях застосування навантаження до верхнього пояса, а також в опорних перерізах балки, не укріплених ребрами жорсткості, слід перевіряти місцеві нормальні напруження  $\sigma_{loc}$  за формулою

$$\sigma_{loc} = \frac{F}{t_w \cdot l_{loc}} \leq R_y \gamma_c, \quad (42)$$

$$l_{loc} = b + 2t_f, \quad (43)$$

де  $F$  – розрахункове значення навантаження (доданої сили);

$l_{loc}$  – умовна довжина розподілу навантаження, що визначається залежно від умов спирання на рисунку 24

$b$  – ширина зони передачі навантаження;

$t_f$  – товщина верхнього пояса балки

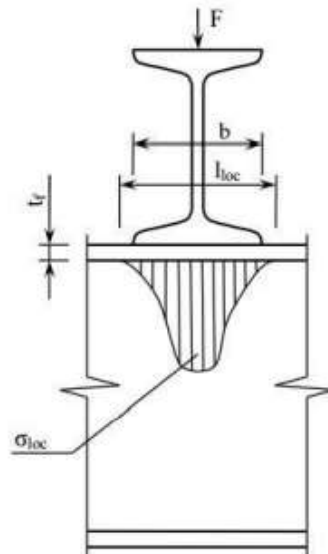


Рисунок 24 – Розподіл місцевих нормальних напружень за висотою гофрованої стінки

### Перевірка інтенсивності напруження у стінці

У балках, що розраховуються в межах пружних деформацій, необхідно перевіряти міцність стінки при складному напруженому стані шляхом визначення узагальненого напруження (інтенсивності напружень) на основі енергетичної теорії міцності по формулі

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq 1,15 R_y \gamma_c, \quad (44)$$

де  $\sigma_x$  – нормальні напруження в серединній площині стінки, паралельні осі балки;

$\sigma_y$  – те саме, перпендикулярні осі балки, у тому числі  $\sigma_{loc}$ , що визначаються за формулі 42

$\tau_{xy}$  – дотичні напруження, що обчислюються за формулою 44.

Напруження  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$ , що приймаються у виразі 29 зі своїми знаками, а також  $\tau_{xy}$  слід визначати в одній точці балки. Зазначений розрахунок необхідно виконувати насамперед для перевірки стінок двотаврових балок у місці з'єднання стінки з верхнім поясом. При цьому у стінках розрізних балок напруження  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$  зазвичай мають однакові знаки, у той час як перерізах у опор нерозрізних балок ці напруження можуть мати різні знаки, що необхідно враховувати під час користування формулою 44. Узагальнене напруження порівнюється з розрахунковим опором, збільшеним на 15%, що передбачає розвиток локальних непружних деформацій у стіні. При перевірці міцності поперечно-гофрованої стінки двотаврової балки на узагальнені напруження за формулою 44 необхідно враховувати тільки дотичні  $\tau_{xy}$  та локальні нормальні напруження  $\sigma_{loc}$  від зосередженого навантаження. Тоді, для гофрованої стінки умова 44 набуде вигляду

$$\sqrt{\sigma_{loc}^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq 1,15 R_y \gamma_c, \quad (45)$$

де  $\sigma_{loc}$  – місцеві нормальні напруження в стінці балки, що визначаються по формулою 42;

$\tau_{xy}$  – дотичні напруження в стінці балки, що обчислюються за формулою 31.

## **Перевірка стійкості гофрованої стінки**

У гофрованій стінці балки значні нормальні напруження виникають у обмежених зонах, що примикають до поясів, тому можна з достатнім ступенем надійності визначити її стійкість тільки від зусиль, що зсувають.

Експериментальні дослідження [16, 32, 45, 65, 76, 94] показали, що якісна картина втрати стійкості стінки з гофрами трикутного контуру аналогічна якісній картині втрати стійкості плоскої стінки балки, часто підкріпленої поперечними ребрами твердості. У тому й іншому випадку може статися або втрата місцевої стійкості площини гофру (що аналогічно втраті стійкості плоскої стінки між ребрами жорсткості), або вся гофрована стінка втратить стійкість з характерним продавлювання вершин гофрів (що аналогічно втраті стійкості ребра жорсткості у балці з плоскою стінкою).

Така аналогія дозволила застосувати відому методику [103-107] до розрахунку стійкості стін з гофрами трикутного контуру.

Таким чином, для гофрованих стінок балок необхідно перевіряти як місцеву стійкість плоского гофра, і загальну стійкість всієї гофрованої стінки.

### Перевірка місцевої стійкості гофрованої стінки

Гофрована стінка працює як ряд плоских пластинок, які підтримують одна одну вздовж довгих сторін. Плоскі платівки спираються на пояси своїми горизонтальними (короткими) сторонами. Місцева втрата стійкості гофру пов'язана з втратою стійкості одиночної платівки, опертої на рівні поясів, під дією дотичних напруження.

Пояси защемляють на краї стінки, причому можна вважати, що стінка шарнірно оперта по периметру у разі зварної балки зі сталевими поясами та жорстко защемлена, якщо пояси балки виконані із залізобетону [56, 57, 59, 60, 90, 100- 102, 108-114]. З умови стаціонарності потенційної енергії [93] вираз для пружних критичних дотичних напруження може бути отримано [100-102, 107] у вигляді

$$\tau_{cr,l} = k_s \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left( \frac{t_w}{b_w} \right)^2, \quad (46)$$

де  $b_w$  – ширина гофрової панелі;

$E$  і  $\nu$  – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона для сталі;

$k_s$  – коефіцієнт, що залежить від співвідношення  $b_w/h_w$  та граничних умов вздовж коротких сторін пластинки.

Коефіцієнт  $k_s$  може бути визначений так:

$$k_s = 5,34 + 2,31 \cdot \frac{b_w}{h_w} - 3,44 \cdot \left( \frac{b_w}{h_w} \right)^2 + 8,39 \cdot \left( \frac{b_w}{h_w} \right)^3; \quad (47)$$

$$k_s = 8,98 + 5,6 \cdot \left( \frac{b_w}{h_w} \right)^2; \quad (48)$$

$$k_s = 5,34 + 4,0 \cdot \left( \frac{b_w}{h_w} \right)^2. \quad (49)$$

Перше співвідношення (47) застосовується, коли вздовж довгих сторін пластинка вільно оперта, а по коротких сторонах жорстко защемлена в поясах (типовий випадок для балки із залізобетонними поясами). Друге – (48) описує випадок, коли пластинка з усіх боків жорстко защемлена. Третій вираз (49) справедливий у випадку, коли пластинка вільно оперта з усіх боків (випадок балки з поясами зі сталі).

В [92] для гофрів з трикутним обрисом направляючої критичні дотичні напруження місцевої втрати стійкості панелі гофра рекомендується визначати по формулі

$$\tau_{p,cr} = \frac{1,12 \cdot C_{p,cr} \cdot R_s}{\bar{\lambda}_c^2}, \quad (50)$$

де  $C_{p, cr}$  – коефіцієнт приймається за таблицею 1 залежно від відношення висоти стінки та ширини панелі гофра ( $h_w/b_w$ ) [92, 93];

$$\bar{\lambda}_c = \frac{b_w}{t_w} * \sqrt{\frac{R_y}{E}} - \text{умовна гнучкість гофрової панелі.}$$

Таблиця 1 - Залежність коефіцієнта  $C_{p, cr}$  від співвідношення  $h_w/b_w$

|             |      |      |      |       |      |          |
|-------------|------|------|------|-------|------|----------|
| $h_w/b_w$   | 1    | 2    | 3    | 4     | 5    | $\infty$ |
| $C_{p, cr}$ | 9.34 | 6.47 | 6.04 | 5.875 | 5.71 | 5.34     |

Можна показати, що формули 46 та 50 ідентичні. Коефіцієнт  $C_{p,cr}$  близький коефіцієнту  $k_s$ , визначеному за формулою 49, для випадку балки з поясами зі сталі.

Розрахунок на місцеву стійкість панелі гофру стінок балок симетричного перерізу за відсутності локального напруження ( $\sigma_{loc}=0$ ) слід проводити за формулою

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_{p,cr}} \leq \gamma_c, \quad (51)$$

де  $\tau_{p,cr}$  – критичні дотичні напруження місцевої втрати стійкості панелі гофра;



$\gamma_c$  – коефіцієнт умов роботи згідно з [40].

Розрахунок на місцеву стійкість панелі гофру стінок балок симетричного перерізу за наявності локального напруження ( $\sigma_{loc} \neq 0$ ) слід проводити за формулою

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{loc,cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{p,cr}}\right)^2} \leq \gamma_c, \quad (52)$$

де  $\tau_{p,cr}$  – критичні дотичні напруження місцевої втрати стійкості панелі гофра, обчислені за формулою 50 або 46;

$\sigma_{loc,cr}$  – критичні нормальні локальні напруження в гофрованій стінці при дії зосередженого навантаження, що визначаються за формулою

$$\sigma_{loc,cr} = \frac{0,8 \cdot C_1 \cdot R_y}{\bar{\lambda}_c^2}, \quad (53)$$

де  $\bar{\lambda}_c = \frac{b_w}{t_w} * \sqrt{\frac{R_y}{E}}$  – умовна гнучкість гофрової панелі.

$C_1$  - коефіцієнт приймається для зварних балок з гофрованою стінкою по таблиці 2 залежно від відношення  $b_w/h_w$  та значення  $\delta$ , обчисленого за формулою

$$\delta = 0,8 \cdot \frac{b_f}{h_w} \left( \frac{t_f}{t_w} \right)^3. \quad (54)$$

Таблиця 2 - Залежність коефіцієнта  $C_1$  від  $b_w/h_w$  і  $\delta$

| $\delta$ | $b_w/h_w$ |      |      |       |       |
|----------|-----------|------|------|-------|-------|
|          | 0.1       | 0.2  | 0.3  | 0.4   | 0.5   |
| 1        | 7.73      | 8.50 | 9.34 | 10.30 | 11.30 |
| 2        | 7.67      | 8.50 | 9.50 | 10.60 | 11.80 |
| 4        | 7.57      | 8.50 | 9.53 | 10.70 | 12.00 |

|          |      |      |      |       |       |
|----------|------|------|------|-------|-------|
| $\geq 6$ | 7.69 | 8.67 | 9.77 | 11.02 | 12.40 |
|----------|------|------|------|-------|-------|

### Перевірка загальної стійкості гофрованої стінки

Загальна втрата стійкості проявляється у вигляді діагонального витріщення кількох панелей гофрів. Така форма втрати стійкості характерна для випадків щільного розташування гофрів та малої висоти гофрів  $f$ .

Для гофрів з трикутним контуром напрямної критичні дотичні напруження загальної втрати стійкості гофрованої стінки були отримані у роботах [9, 32, 35] з використанням рішення М. Стейна та Р. Фраліха для нескінченно довгих пластинок, підкріплених часто розташованими ребрами твердості [105]. Представляючи гофровану стінку балки як вільно оперту пластинку нескінченної довжини, підкріплену поперечними ребрами жорсткості, встановленими один від одного на відстані рівному кроці гофрів  $a$ , можна визначити критичні зсувні напруження за формулою

$$\tau_{o,cr} = \frac{\pi^2 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{h}\right)^2 \cdot \frac{C_{o,cr}}{1,4} = \frac{1,12 \cdot C_{o,cr} \cdot R_s}{\bar{\lambda}_w^2}, \quad (55)$$

де  $\bar{\lambda}_c = \frac{b_w}{t_w} \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}}$  – умовна гнучкість гофрової панелі.

$$C_{o,cr} = 5,34 + (5,5\alpha^2 - 0,6) \cdot \sqrt[3]{\frac{\gamma}{4(7\alpha^2 - 5)}}.$$

визначається залежно від співвідношення параметрів гофрів ( $b_w$  і  $f$ );

$\alpha = h/a$  - відношення висоти гофрованої стінки до кроку гофрів;

$\gamma = 0,91 \cdot \left(\frac{f}{t_w}\right)^2$  - відношення погонної жорсткості гофрованої стінки з гофрами трикутного контуру до циліндричної жорсткості плоскої стінки тієї ж товщини.

При  $\gamma > 4 \cdot (7\alpha^2 - 5)$  значення коефіцієнта  $C_{o, cr}$  не залежить від  $\gamma$ , тобто стійкість стінки визначається місцевою стійкістю плоского гофру та критичні дотичні напруження визначення стійкості гофрованої стінки слід визначати лише за формулою 50.

Параметри гофрів є оптимальними, якщо критичні дотичні напруження при втраті місцевої  $\tau_{p, cr}$  та загальної  $\tau_{o, cr}$  стійкості стінки однакові, проте втрата місцевої стійкості гофра може прискорити втрату стійкості всієї стінки, тому параметри гофрів мають бути підібрані таким чином, щоб  $\tau_{p, cr} > \tau_{o, cr}$ .

Представляючи гофровану стінку як ортотропну пластинку з рівною товщиною висоті гофрів  $f$  у роботах [55, 56, 80, 100, 102, 110, 115, ] отримано наступне вираз для критичних дотичних напружень у разі загальної втрати стійкості

$$\tau_{cr, g} = k_g \cdot \frac{(D_y D_x^3)^{1/4}}{h_w^2 t_w}, \quad (56)$$

де  $D_x$  та  $D_y$  – погонні згинальні жорсткості гофрованої стінки щодо осей  $x$  та  $y$  відповідно.

Для трикутного профілю гофрування

$$D_y = \left( \frac{a}{b_w} \right) \cdot \left( \frac{E t_w^3}{12} \right), \quad (57)$$

$$D_x = \left( \frac{b_w}{a} \right) \cdot \left( \frac{E t_w \cdot f^2}{12} \right). \quad (58)$$

Коефіцієнт  $k_g$ , що залежить від граничних умов на верхній та нижній гранях стінки дорівнює 36 у разі шарнірного спирання і 68,4 для жорстко защемлених стінок.

Тільки залізобетонні пояси можуть забезпечити повне защемлення стінки, тому  $k_g = 36$  використовується у всіх випадках, і тільки у випадку, якщо обидва пояси балки з залізобетону, застосовується коефіцієнт  $k_g = 68,4$  [100]. У роботі [96] рекомендується і в у разі, коли обидва пояси виконані із залізобетону, приймати  $k_g = 60,4$ .

Розрахунок на загальну стійкість поперечно-гофрованої стінки балок симетричного перерізу за відсутності локального напруження ( $\sigma_{loc}=0$ ) слід виконувати [92, 93] за формулою

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_{o,cr}} \leq \gamma_c, \quad (59)$$

де  $\tau_{o,cr}$  – критичні дотичні напруження загальної втрати стійкості гофрованої стінки, обчислені за формулою 55 або 56.

Розрахунок на загальну стійкість поперечно-гофрованої стінки балок симетричного перерізу за наявності локального напруження ( $\sigma_{loc} \neq 0$ ) слід виконувати [87] за формулою

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{y,cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{max}}{\tau_{o,cr}}\right)^2} \leq \gamma_c, \quad (60)$$

де  $\tau_{o,cr}$  – критичні дотичні напруження загальної втрати стійкості гофрованої стінки, обчислені за формулою 55 або 56;

$\sigma_{y,cr} = \varphi \cdot R_y \leq \sigma_{loc,cr}$  – критичні нормальні напруження загальної втрати стійкості гофрованої стінки, розрахованої на поздовжній вигин із площини, як умовної стійки, навантаженої зосередженою силою F;

$\varphi$  – коефіцієнт поздовжнього вигину, що визначається [40, 92, 93] для гнучкості умовної стійки, обчисленої за формулою  $\lambda = 2.5 \cdot \frac{h_w}{f}$  під час перевірки загальної стійкості

У випадках, коли  $\sigma_{y,cr} > \sigma_{loc,cr}$  гофрованої стінки за формулою 60 слід приймати  $\sigma_{y,cr} = \sigma_{loc,cr}$ .

При перевірці стійкості гофрованої стінки за формулами 52 та 60 повинно дотримуватися такої умови: - Відношення діючих локальних напруг  $\sigma_{loc}$  до критичних напруг місцевої втрати стійкості панелі гофру  $\sigma_{loc,cr}$  не повинно перевищувати величини, обчисленою за формулою

$$\frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{loc,cr}} \leq 0,75 \cdot \gamma_c, \quad (61)$$

причому величина ексцентриситету, з яким передається зосереджене навантаження від вищележачого елемента щодо поздовжньої осі балки не повинна перевищувати  $0,25 \cdot f$ .

### Перевірка балок на жорсткість

Відповідно до [65, 92, 93] прогин балок з гофрованою стінкою рекомендується обчислювати з урахуванням впливу поперечних сил. Таким чином, для однопрогонової балки вільно опертою по кінцях і завантаженою рівномірно розподіленим навантаженням  $q$  максимальний прогин у середині прольоту

$$EI = E \cdot 2b_f t_f \cdot \left( \frac{h_f}{2} \right)^2 = E \cdot \frac{b_f t_f h_f^2}{2}; \quad (62)$$

$$GA = G \cdot h_w t_w; \quad (63)$$

Перевірка на жорсткість балок із гофрованою стінкою проводиться звичайним чином

$$\frac{f}{l} \leq \left[ \frac{f}{l} \right], \quad (64)$$

Де  $\frac{f}{l}$  – відносний прогин балки

$\left[ \frac{f}{l} \right]$  – гранично допустимий прогин балки, що приймається [50].

## Стартап проект

Розділ має на меті проведення маркетингового аналізу стартап проекту задля визначення принципової можливості його ринкового впровадження та можливих напрямів реалізації цього впровадження. Проведення маркетингового аналізу передбачає виконання нижченаведених кроків. Етапи маркетингового аналізу стартап-проекту:

В межах підпункту слід послідовно проаналізувати та подати у вигляді таблиць:

- зміст ідеї (що пропонується);
- можливі напрямки застосування;
- основні вигоди, що може отримати користувач товару (за кожним напрямком застосування);
- чим відрізняється від існуючих аналогів та замінників;

**1.1)** Перші три пункти подаються у вигляді таблиці (табл. 1) і дають цілісне уявлення про зміст ідеї та можливі базові потенційні ринки, в межах яких потрібно шукати групи потенційних клієнтів

*Таблиця 1. Опис ідеї стартап-проекту*

| Зміст ідеї                                        | Напрямки застосування | Вигоди для користувача                                                     |
|---------------------------------------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Створення заводу по виготовленню гофрованих балок | 1. Авіаційна галузь   | Зменшення ваги літака, що призведе до збільшення прибутку.                 |
|                                                   | 2. Будівельна галузь  | Зменшення ваги конструкції, що призведе до зменшення витрат на будівництво |

**1.2)** Аналіз потенційних техніко-економічних переваг ідеї (чим відрізняється від існуючих аналогів та замінників) порівняно із пропозиціями конкурентів передбачає:

- визначення переліку техніко-економічних властивостей та характеристик ідеї (орієнтований можливий перелік властивостей та характеристик подано у додатку А);

- визначення попереднього кола конкурентів (проектів-конкурентів) або товарів-замінників чи товарів-аналогів, що вже існують на ринку, та проводиться збір інформації щодо значень техніко-економічних показників для ідеї власного проекту та проектів-конкурентів відповідно до визначеного вище переліку;

- проводиться порівняльний аналіз показників: для власної ідеї визначаються показники, що мають а) гірші значення (W, слабкі); б) аналогічні (N, нейтральні) значення; в) кращі значення (S, сильні) (табл. 2).

*Таблиця 2. Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту*

| №<br>п/п | Техніко-<br>економічні<br>характеристики<br>ідеї | (потенційні) товари/концепції<br>конкурентів |                       | W<br>(слабка<br>сторона)                          | N<br>(нейтральна<br>сторона) | S<br>(сильна<br>сторона)    |
|----------|--------------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
|          |                                                  | Мій проект                                   | Підприємство<br>Zeman |                                                   |                              |                             |
| 1        | Меньша вага<br>конструкції                       | +                                            | -                     | Менші запаси<br>міцності                          | Немає                        | Більш<br>економічно         |
| 2        | Меньші витрати<br>на виробництво                 | +                                            | -                     | Гірший<br>контроль<br>якості                      | Немає                        | Більші<br>прибутки          |
| 3        | Дорожче<br>обладнання                            | +                                            | -                     | Гроші<br>спрямовуються<br>на тренування<br>кадрів | Немає                        | Більш<br>якісний<br>продукт |



Визначений перелік слабких, сильних та нейтральних характеристик та властивостей ідеї потенційного товару є підґрунтям для формування його конкурентоспроможності.

### Технологічний аудит ідеї проєкту

В межах даного підрозділу необхідно провести аудит технології, за допомогою якої можна реалізувати ідею проєкту (технології створення товару). Визначення технологічної здійсненності ідеї проєкту передбачає аналіз таких складових (табл. 3):

- за якою технологією буде виготовлено товар згідно ідеї проєкту?
- чи існують такі технології, чи їх потрібно розробити/додати?
- чи доступні такі технології авторам проєкту?

Таблиця 3. Технологічна здійсненність ідеї проєкту

| № п/п                                   | Ідея проєкту                                 | Технології її реалізації                                                                              | Наявність технологій | Наявність технологій |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------|
| 1                                       | Розробка власних параметрів гофрованих балок | Залучення кваліфікованих інженерів із країн з вже існуючими заводами по виготовленню гофрованих балок | Є                    | Є                    |
| Обрана технологія може бути реалізована |                                              |                                                                                                       |                      |                      |

По показникам характеристики стану ринку можна зробити висновок, що даний проєкт є рентабельним.

### Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проєкту

Визначення ринкових можливостей, які можна використати під час ринкового впровадження проєкту, та ринкових загроз, які можуть перешкодити реалізації проєкту, дозволяє спланувати напрями розвитку проєкту із урахуванням стану ринкового середовища, потреб потенційних клієнтів та пропозицій проєктів-конкурентів.

**3.1)** Спочатку проводиться аналіз попиту: наявність попиту, обсяг, динаміка розвитку ринку (табл. 4).

*Таблиця 4. Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проєкту*

| № п/п | Показники стану ринку (найменування)                     | Характеристика                             |
|-------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1     | Кількість головних гравців, од                           | 1 (європейський ринок)                     |
| 2     | Загальний обсяг продаж, грн/ум.од                        | 200000 тис. ум.од                          |
| 3     | Динаміка ринку (якісна оцінка)                           | Зростає                                    |
| 4     | Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень) | Кваліфіковані кадри, спеціальне обладнання |
| 5     | Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації      | Присутні                                   |
| 6     | Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %  | 40                                         |

Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку) порівнюється із банківським відсотком на вкладення. За умови, що останній є вищим, можливо, має сенс вкласти кошти в інший проєкт.

За результатами аналізу таблиці можна зробити висновок що, ринок є привабливим для входження.

**3.2)** Надалі визначаються потенційні групи клієнтів, їх характеристики, та формується орієнтовний перелік вимог до товару для кожної групи (табл. 5).

Таблиця 5. Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

| №<br>п/п | Потреба, що формує ринок   | Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку) | Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів                   | Вимоги споживачів до товару                               |
|----------|----------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1        | Зниження вартості сировини | Будівельні компанії                        | Стандарти, контроль якості, технічні регламенти                                     | Своєчасне виробництво та доставка товару, контроль якості |
|          |                            | Літакобудівні компанії                     | Стандарти, контроль якості, технічні регламенти, можливе відтермінування розрахунку | Своєчасне виробництво та доставка товару, контроль якості |
| 2        | Автоматизація виробництва  | Будівельні компанії                        | Стандарти, контроль якості, технічні регламенти                                     | Своєчасне виробництво та доставка товару, контроль якості |
|          |                            | Літакобудівні компанії                     | Стандарти, контроль якості, технічні регламенти, можливе відтермінування розрахунку | Своєчасне виробництво та доставка товару, контроль якості |

**3.3)** Після визначення потенційних груп клієнтів проводиться аналіз ринкового середовища: складаються таблиці факторів, що сприяють ринковому впровадженню

проєкту, та факторів, що йому перешкоджають (табл. № 6-7). Фактори в таблиці подавати в порядку зменшення значущості.

*Таблиця 6. Фактори загроз*

| № п/п | Фактор                    | Можлива реакція компанії                               | Зміст загрози                                            |
|-------|---------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1     | Збільшення собівартості   | Вдосконалення вже існуючих методик                     | Зменшення попиту використання                            |
| 2     | Нововведення у конкурента | Аналіз нового виробу                                   | Зменшення обсягів замовлень                              |
| 3     | Страйк робітників         | Розгляд структури кадрів, заробітної плати, умов праці | Зменшення обсягів виробництва, знеження якості продукції |

*Таблиця 7. Фактори можливостей*

| № п/п | Фактор                                                      | Зміст можливості           | Можлива реакція компанії          |
|-------|-------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| 1     | Не потребує великих затрат на використання                  | Економність                | Достойна оплата праці             |
| 2     | Підвищений попит у галузі цивільного будівництва та авіації | Проведення ремонтних робіт | Збільшення гофрованих компонентів |

**3.4)** Надалі проводиться аналіз пропозиції: визначаються загальні риси конкуренції на ринку (табл. 8).

Таблиця 8. Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

| Особливості конкурентного середовища | В чому проявляється дана характеристика                                      | Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною) |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Монополія                            | Компанія Zeman є основним та єдиним постачальником гофрованих балок в Європі | Модернізація та автоматизація виробництва                                              |
| Міжринковий                          |                                                                              |                                                                                        |
| Внутрішньогалузева                   | Постачання здійснюється тільки для цивільного будівництва                    | Постачання гофрованих балок не тільки для цивільного будівництва, але і для авіації    |
| Цінова                               | Низька ціна відносно класичних балок                                         |                                                                                        |

**3.5)** Після аналізу конкуренції проводиться більш детальний аналіз умов конкуренції в галузі (за моделлю 5 сил М. Портера, додаток А) (табл. 9).

Таблиця 9. Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

| Складові аналізу | Прямі конкуренти в галузі | Потенційні конкуренти           | Постачальники                                                      | Клієнти                                                   | Товаризамінники |
|------------------|---------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------|
|                  | Фірма Zeman               | Фірма Zeman – Російський Філіал | Укроборонпром                                                      | Широкий вибір підприємств по будівництву                  | Класичні балки  |
| Висновки:        | Конкурентів не багато     | Можливість виходу на ринок є    | Постачальник урядовий. Це може спричинити проблеми з фінансуванням | Є можливість обрати замовника базуючись на вигідній угоді | Не є ризиком    |

З огляду на конкурентну ситуацію за результатами аналізу таблиці можна зробити висновок, що конкурентна ситуація є прийнятною. Характеристики товару (його сильні сторони) є конкурентоспроможними на ринку.

**3.6)** На основі аналізу конкуренції, проведеного в п. 3.5 (табл. 9), а також із урахуванням характеристик ідеї проєкту (табл. 2), вимог споживачів до товару (табл. 5) та факторів маркетингового середовища (табл. №№ 6-7) визначається та обґрунтовується перелік факторів конкурентоспроможності. Аналіз оформлюється за табл. 10

*Таблиця 10. Обґрунтування факторів конкурентоспроможності*

| №<br>п/п | Фактор<br>конкурентоспроможност       | Обґрунтування (наведення<br>чинників, що роблять фактор<br>для порівняння конкурентних<br>проектів значущим) |
|----------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | Висока якість гофрованих балок        | Закупівля сировини<br>закордоном, високий контроль<br>якості                                                 |
| 2        | Висока надійність гофрованих<br>балок | Кращі методи виробництва                                                                                     |
| 3        | Універсальність                       | Можливість застосування<br>гофрованих балок як в авіації<br>так і в цивільному будівництві                   |

**3.7)** За визначеними факторами конкурентоспроможності (табл. 10) проводиться аналіз сильних та слабких сторін стартап-проєкту (табл. 11).

Таблиця 11. Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін «назва проєкту»

| № п/п | Фактор конкурентоспроможності      | Бали 1-20 | Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з Укргрофрбуд |    |    |   |    |    |    |
|-------|------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------|----|----|---|----|----|----|
|       |                                    |           | -3                                                     | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 |
| 1     | Висока якість гофрованих балок     | 18        | -                                                      | -  | +  | - | -  | -  | -  |
| 2     | Висока надійність гофрованих балок | 16        | -                                                      | -  | -  | - | +  | -  | -  |
| 3     | Універсальність                    | 20        | +                                                      | -  | -  | - | -  | -  | -  |

**3.8)** Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проєкту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) (табл. 12) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (табл. 11).

Перелік ринкових загроз та ринкових можливостей складається на основі аналізу факторів загроз та факторів можливостей маркетингового середовища. Ринкові загрози та ринкові можливості є наслідками (прогнозованими результатами) впливу факторів, і, на відміну від них, ще не є реалізованими на ринку та мають певну ймовірність здійснення. Наприклад: зниження доходів потенційних споживачів – фактор загрози, на основі якого можна зробити прогноз щодо посилення значущості цінового фактору при виборі товару та відповідно, – цінової конкуренції (а це вже – ринкова загроза).

Таблиця 12. SWOT-аналіз стартап-проекту

|                                                                        |                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| <b>Сильні сторони:</b><br>Безпечне вичерпання ресурсу гофрованої балки | <b>Слабкі сторони:</b><br>Необхідність закупівлі автоматизованих машин |
| <b>Можливості:</b><br>Завоювання всієї галузі                          | <b>Загрози:</b><br>Конкурент на російському ринку                      |

**3.9)** На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки (перелік заходів) для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок (див. табл. 9, аналіз потенційних конкурентів).

Визначені альтернативи аналізуються з точки зору строків та ймовірності отримання ресурсів (табл. 13).

Таблиця 13. Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

| № п/п | Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки | Ймовірність отримання ресурсів | Строки реалізації |
|-------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------|
| 1     | Захоплення європейських ринків                                 | Середня                        | 2 роки            |
| 2     | Концентрація на внутрішньому ринку                             | Висока                         | 1 рік             |

Із зазначених альтернатив виберемо першу, бо отримання ресурсів є більш перспективними.



## Розроблення ринкової стратегії проєкту

**4.1)** Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл. 14).

*Таблиця 14. Вибір цільових груп потенційних споживачів*

| №<br>п/п | Опис профілю<br>цільової групи<br>потенційних<br>клієнтів | Готовність<br>споживачів<br>сприйняти<br>продукт | Орієнтовний<br>попит в<br>межах<br>цільової групи | Інтенсивність<br>конкуренції в<br>сегменті | Простота<br>входу у<br>сегмент |
|----------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------|
| 1        | Інтергалбуд                                               | Повністю<br>готові                               | Середня                                           | Середня                                    | Просто                         |
| 2        | КБ “Антонов”                                              | Повністю<br>готові                               | Низький                                           | Немає                                      | Просто                         |
| 3        | Київміськбуд                                              | Повністю<br>готові                               | Середня                                           | Середня                                    | Просто                         |
| 4        | Airbus                                                    | Необхідна<br>відповідна<br>сертифікація          | Середня                                           | Висока                                     | Складно                        |

Для досягнення найприбутковішого сценарію необхідно намагатися створити ділові відносини з усіма потенційними споживачами. Далі виберемо стратегію конкурентної поведінки (табл.15).

**4.2)** Для роботи в обраних сегментах ринку необхідно сформулювати базову стратегію розвитку (табл. 15).

Таблиця 15. Визначення базової стратегії розвитку

| №<br>п/п | Обрана<br>альтернатива<br>розвитку проекту | Стратегія<br>охоплення<br>ринку | Ключові<br>конкурентоспроможні<br>позиції відповідно до<br>обраної альтернативи | Базова стратегія<br>розвитку        |
|----------|--------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| 1        | Обрано усі<br>цільові групи                | Масовий<br>маркетинг            | Нижча ціна сировини                                                             | Стратегія<br>лідерства та<br>витрат |

**4.3)** Наступним кроком є вибір стратегії конкурентної поведінки (табл. 16).

Таблиця 16. Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

| №<br>п/п | Чи є проект<br>«першопрохідцем»<br>на ринку? | Чи буде компанія<br>шукати нових<br>споживачів, або<br>забирати<br>існуючих у<br>конкурентів?                                                    | Чи буде компанія<br>копіювати<br>основні<br>характеристики<br>товару<br>конкурента, і які? | Стратегія<br>конкурентної<br>поведінки* |
|----------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1        | Ні                                           | Компанія буде<br>розширяти ринок<br>збуту на Європу,<br>та<br>намагатиметься<br>укласти угоди з<br>уже<br>забезпеченими<br>товаром<br>компаніями | Так. Габарити<br>балок                                                                     | Стратегія виклику<br>лідера             |

## Розроблення маркетингової програми стартап-проєкту

**5.1)** Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл. 18 потрібно підсумувати результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

*Таблиця 18. Визначення ключових переваг концепції потенційного товару*

| № п/п | Потреба                    | Вигода, яку пропонує то | Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити) |
|-------|----------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Не потребує великих витрат | Зменшення собівартості  | Зменшення ціни за метр гофрованої балки                                      |

**5.2)** Наступним кроком є визначення оптимальної системи збуту, в межах якого приймається рішення (табл. 19):

- проводити збут власними силами або залучати сторонніх посередників (власна або залучена система збуту);
- вибір та обґрунтування оптимальної глибини каналу збуту;
- вибір та обґрунтування виду посередників.

*Таблиця 19. Формування системи збуту*

| Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів | Функції збуту, які має виконувати постачальник товару | Глибина каналу збуту | Оптимальна система збуту       |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|----------------------|--------------------------------|
| Укладення довготривалої угоди                       | Інформування                                          | Глибока              | Державне затвердження методики |

**5.3)** Останньою складової маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл. 20).

*Таблиця 20. Концепція маркетингових комунікацій*

| Специфіка поведінки цільових клієнтів | Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти | Ключові позиції, обрані для позиціонування | Завдання рекламного повідомлення | Концепція рекламного звернення                 |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------|
| Комунікабельні                        | Мережа інтернет, бігборди                              | Реклама методики на конференціях           | Розширення цільових клієнтів     | Показати, що наша методика краща та доцільніша |

#### **Результати маркетингового дослідження:**

- даний стартап-проект є актуальним, тому що може вивести нашу державу на міжнародний ринок будівельних товарів;
- мала кількість конкурентів;
- впровадження в ринок є абсолютно доцільним, прибутковим.

## Список літератури

- 1) Ададуров, Р.А. Расчет тонкостенных конструкций [Текст] / Р.А. Ададуров, Л.И. Балабух // – М. : ЦАГИ. – 1947. – С. 179-183.
- 2) Лехницкий, С. Г. Устойчивость анизотропных пластин. Пособие для авиаконструкторов [Текст] / С.Г. Лехницкий. – М. : ОГИЗ, 1943. – С. 54-55.
- 3) Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций в самолетостроении. Сб. переводов [Текст] / Под ред. А.А Уманского и П.М. Знаменского. – М. : ЦАГИ, 1937. – С. 7- 28; 58-167.
- 4) Справочник авиаконструктора. Т. 3. Прочность самолета [Текст] / Под ред. М.Л. Лурье. – М. : ЦАГИ, 1939. – С. 194-229.
- 5) Thivans, P. Structures a ames metalliques plissees [Текст] / P. Thivans, B. Godart, J.-A. Calgaro, M. Cheyrezy // Ann. Inst. techn. batim. et trav. publies. – 1987. – № 458. – Р. 48-66.
- 6) Васильев, А.Л. Прочные судовые гофрированные переборки [Текст] / А.Л. Васильев, М.К. Глозман, Е.А. Павлинова, М.В. Филиппео. – Л. : Судостроение, 1964. – 316 с.
- 7) Короткин, Я.И. Формулы для проверки местной прочности волнистых гофрированных переборок [Текст] / Я.И. Короткин, А.И. Максимоджи // Судостроение. – 1958. – № 4. – С. 9- 12.
- 8) Максимов, Ю.С. Сельскохозяйственные здания из легких металлических конструкций [Текст] / Ю.С. Максимов, Г.М. Остриков // Комплектные здания из легких металлических конструкций. Тезисы докладов всесоюзного совещания. – М. : ЦБНТИ, 1988. – С. 56-58.
- 9) Остриков, Г.М. Легкие стальные конструкции покрытий производственных зданий: Экспресс-информация. Серия: Промышленное строительство. №1 [Текст] / Г.М. Остриков, Ю.С. Максимов. – Алма-Ата : КазЦНТИС Госстроя КазССР, 1987. – 41 с.

- 10) Остриков, Г.М. Каркасы зданий многоцелевого назначения из легких металлоконструкций типа Алма-Ата [Текст] / Г.М. Остриков, Ю.С. Максимов, А.А. Опланчук // Комплектные здания из легких металлических конструкций. Тезисы докладов всесоюзного совещания. – М. : ЦБНТИ, 1988. – С. 33-34.
- 11) Чекалев, Л.П. Проектирование и применение несущих металлических конструкций из гнутых профилей для зданий агропромышленного комплекса [Текст] / Л.П. Чекалев // Обзорная информация. Строительство объектов агропромышленного комплекса. Серия «Строительные конструкции». – М. : ЦНИИЭПсельстрой, 1991. – Вып. 2. – С. 30-33.
- 12) Zeman & Co Gesellschaft mbH. Балки с гофрированной стенкой [Текст]. Техническая документация, 1993.
- 13) Горнов, В.Н. Новые тонкостенные конструкции [Текст] / В.Н. Горнов // Проект и стандарт. – 1937. – №3. – С. 25-28.
- 14) Ажермачев, Г.А. Об устойчивости волнистой стенки при действии сосредоточенной нагрузки [Текст] / Г.А. Ажермачев // Строительство и архитектура. – 1963. – №3. – С. 50-53.
- 15) Ажермачев, Г.А. Балки с волнистыми стенками [Текст] / Г.А. Ажермачев // Промышленное строительство. – 1963. – №4. – С. 54-56.
- 16) Ажермачев, Г.А. Об устойчивости волнистых стенок двутавровых балок при действии касательных усилий [Текст] / Г.А. Ажермачев // Строительство и архитектура. – 1968. – №5. – С. 44-46.
- 17) Ажермачев, Г.А. Исследование сварных стальных балок с волнистыми стенками [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Ажермачев Геннадий Арсентьевич. – Новосибирск, НИСИ, 1969. – 16 с.

- 18) Ольков, Я.И. О расчете металлических балок с гофрированной стенкой [Текст] / Я.И. Ольков, А.Н. Степаненко // Известия вузов "Строительство и архитектура". – 1972. – № 10. – С. 12-15.
- 19) Ольков, Я.И. О методике и результатах испытания гофрированных металлических балок [Текст] / Я.И. Ольков, А.Н. Степаненко // Материалы к III Всесоюзной конференции по экспериментальным исследованиям инженерных сооружений. – Свердловск, 1973. – С. 70- 76.
- 20) Ольков, Я.И. Теоретические и экспериментальные исследования балок с тонкими волнистыми стенками [Текст] / Я.И. Ольков, А.Н. Степаненко // В кн. "Легкие металлические конструкции". – Свердловск : УПИ, 1975. – С. 159-171.
- 21) Степаненко, А.Н. Дополнительные усилия в поперечных сечениях вертикально гофрированной стальной балки [Текст] / А.Н. Степаненко, С.Н. Безносько // Прогрессивные строительные конструкции для условий Дальнего Востока. – Хабаровск : ХГТУ, 1994. – С. 7- 9.
- 22) Егоров, П.И. Дополнительные изгибно-крутящие усилия в двутавровом стержне с поперечным непрерывным трапецеидальным профилем гофров в стенке [Текст] / П.И. Егоров // Промышленное и гражданское строительство. – 2007. – №10. – С. 34–35.
- 23) Подорожный, А.А. Данные для расчета обшивки с гофром на сжатие и сдвиг [Текст] / А.А. Подорожный. – Труды ЦАГИ. – 1940. – В. 520. – 48 с.
- 24) Справочник по строительной механике корабля (в 3 томах) [Текст] / Под общ. ред. Ю.А. Шиманского. – Л. : Судпромгиз, 1960.
- 25) Глозман, М.К. Теоретическое и экспериментальное исследование балок с гофрированными стенками [Текст] / М.К. Глозман, Ш.З. Локшин // Труды ЛКИ. – 1962. – Вып. XXXV. – С. 29-37

- 26) Концевой, Е.М. Устойчивость гофр в стенках крановых балок конструкции ВНИИПТМАШ [Текст] / Е.М. Концевой // Исследования крановых металлоконструкций. – 1955. – В. 5(69). – С. 3-24.
- 27) Кириленко, В.Ф. Устойчивость гофрированных стенок крановых балок при действии сдвигающих сил [Текст] / В.Ф. Кириленко, Г.А. Воблых // Вестник машиностроения. – 1968. – №11. – С. 14-15.
- 28) Кириленко, В.Ф. К вопросу расчета балок с гофрированной стенкой [Текст] / В.Ф. Кириленко, Г.А. Окрайнец // Строительство и архитектура. – 1969. – №4. – С. 23-27.
- 29) Кириленко, В.Ф. Напряженно-деформированное состояние и расчет балок с вертикально гофрированной стенкой [Текст] / В.Ф. Кириленко, В.Ф. Беляев, Б.Н. Емельянов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1989. – № 4 – С. 12-15.
- 30) Степаненко, А.Н. Исследование работы металлических балок с тонкими гофрированными стенками при статическом нагружении [Текст] : дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Степаненко Анатолий Николаевич. – Свердловск, 1972. –211 с.
- 31) Максимов, Ю.С. Стальные балки с тонкой гофрированной стенкой - эффективный вид несущих конструкций покрытий производственных зданий [Текст] / Ю.С. Максимов, Г.М. Остриков // Промышленное строительство. – 1984. – № 4. – С. 10-11.
- 32) Максимов, Ю.С. Устойчивость гофрированных стенок двутавровых балок [Текст] / Ю.С. Максимов, Г.М. Остриков, В.В. Долинский // Строительная механика и расчет сооружений. – 1985. – № 6. – С. 43-45.
- 33) Остриков, Г.М. Исследование несущей способности стальных двутавровых балок с вертикально гофрированной стенкой [Текст] / Г.М. Остриков, Ю.С. Максимов, В.В. Долинский // Строительная механика и расчет сооружений. – 1983. – № 1. – С. 68-70.



- 34) Остриков, Г.М. Оптимальные конструктивные формы стальных двутавровых балок [Текст] / Г.М. Остриков // Известия вузов Строительство и архитектура. – 1988. – № 5. – С. 10-14.
- 35) Остриков, Г.М. Нормальные напряжения в стенке металлической двутавровой балки от локальных нагрузок [Текст] / Г.М. Остриков, С.Г. Барановская // Изв. вуз. Строительство и архитектура. – 1989. – № 8. – С. 109-111.
- 36) Михайлова, Т.В. Экспериментальные исследования сварных двутавровых балок с периодическими гофрами в стенке [Текст] / Т.В. Михайлова // Типизация и стандартизация металлических конструкций. Сб. научн. тр. ЦНИИПСК. – М. : ЦНИИПСК, 1987. – С. 64-71.
- 37) Михайлова, Т.В. О влиянии периодических закрытых гофров стенки балки на ее несущую способность [Текст] / Т.В. Михайлова // Разработка и исследование стали для металлических конструкций. Сб. научн. тр. ЦНИИПСК. – М. : ЦНИИПСК, 1988. – С. 158-162.
- 38) Михайлова, Т.В. Применение профилей высокой жесткости в сплошностенчатых и рамных конструкциях комплектной поставки [Текст] / Т.В. Михайлова, В.Ф. Беляев, В.Ф. Кириленко // Комплектные здания из легких металлических конструкций. Тезисы докладов всесоюзного совещания. – М. : ЦБНТИ, 1988. – С. 76-78.
- 39) Бирюлев, В.В. Местное напряженное состояние гофрированной двутавровой балки при локальной нагрузке [Текст] / В.В. Бирюлев, Г.М. Остриков, Ю.С. Максимов, С.Г. Барановская // Изв. вуз. «Строительство и архитектура». – 1969. – № 11. – С. 13-15
- 40) СНиП П-23.81\*. Стальные конструкции [Текст]. – М. : ЦИТП, 1990. – 96 с.
- 41) Аржаков, В.Г. Расчет и конструирование облегченных балочных конструкций: учебное пособие [Текст] / В.Г. Аржаков. – Якутск : Изд. Якутского гос. ун-та, 1990. – 72 с.

- 42) Бирюлев, В.В. Проектирование металлических конструкций. Специальный курс [Текст] / В.В. Бирюлев, И.И. Кошин, И.И. Крылов, А.В. Сильвестров. – Л. : Стройиздат, 1990. – С. 46-59.
- 43) Енджиевский, Л.В. Каркасы зданий из легких металлических конструкций и их элементы [Текст] / Л.В. Енджиевский, В.Д. Наделяев. – М. : АСВ, 1998. – 247 с.
- 44) Зверев, В.В. Эффективные строительные металлоконструкции на основе объемноформованного тонколистового проката (исследование, проектирование, изготовление) [Текст]: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01 / Зверев Виталий Валентинович. – Воронеж, 2000. – 44 с.
- 45) Степаненко, А.Н. Прочность и устойчивость конструкций из двутавра с волнистой стенкой [Текст]: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01 / Степаненко Анатолий Николаевич. – Хабаровск, 2001. – 48 с.
- 46) Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни: издание второе, переработанное и дополненное [Текст] / В.З. Власов. – М. : Государственное издательство физикоматематической литературы, 1959. – 568 с.
- 47) Рыбкин, И.С. К вопросу оптимального проектирования конструкций с гофрированными элементами [Текст] / И.С. Рыбкин // Материалы Шестой Межрегиональной научно-технической конференции «Строительство: материалы, конструкции, технологии». – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2008. – С. 18-23.
- 48) Рыбкин, И.С. Компьютерное математическое моделирование гофрированных и иных элементов схожей геометрии [Текст] / И.С. Рыбкин // Промышленное и гражданское строительство. – Москва, 2008. – №4. – С. 53-54.
- 49) Кудрявцев, С.В. Концентрация напряжений вблизи круговых отверстий в гофрированных стенках балок: Монография [Текст] / С.В. Кудрявцев. – Екатеринбург : Издво АМБ, 2010. – 156 с.

- 50) Степаненко, А.Н. К вопросу о применении балок с гофрированными стенками [Текст] / А.Н. Степаненко // Строительная механика и строительные конструкции. Вып. XXV. – Хабаровск : ХПИ, 1971. – С. 94-97.
- 51) Степаненко, А.Н. Экспериментальные исследования алюминиевых балок с волнистой стенкой [Текст] / А.Н. Степаненко // Строительная механика и строительные конструкции. – Хабаровск : ХПИ, 1971. – С. 133-142.
- 52) Стариков, О.П. О расчете сварных двутавровых балок с вертикальной гофрированной стенкой при плоском изгибе. Инженерные конструкции [Текст] / О.П. Стариков // Краткое содержание докл. к XXXI научн. конф. ЛИСИ. – Л. : ЛИСИ, 1973. – С. 42-47.
- 53) Стариков, О.П. Экспериментальные исследования работы сварных двутавровых балок с вертикально гофрированной стенкой при изгибе. Инженерные конструкции [Текст] / О.П. Стариков // Краткое содержание докл. к XXXI научн. конф. ЛИСИ. – Л. : ЛИСИ, 1973. – С. 48-54.
- 54) Егоров, П.И. Исследование напряженно-деформированного состояния стальных балок и колонн из двутавра с тонкой гофрированной стенкой [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Егоров Павел Иванович. – Орел, 2010. – 24 с.
- 55) Abbas H.H. Analysis and design of corrugated web I-girders for bridges using high performance steel: Ph.D. dissertation. – Lehigh University, Bethlehem, USA, 2003. – 425 p.
- 56) Driver R.G., Abbas H.H., Sause R. Shear Behavior of Corrugated Web Bridge Girders // Journal of Structural Engineering. – 2006. – Vol. 132. – №2. – pp. 195-203.
- 57) Elgaaly M., Sheshadri A., Rodriguez R., Ibrahim S. Bridge girders with corrugated webs // Transportation Research Record. – 2000. – Vol. 1696. – pp. 162-170.
- 58) Hoop H.G. Girders with corrugated webs. Literature study: Master thesis. – Technische Universiteit Delft, Netherlands, 2003. – 48 p.

- 59) Wang X. Behavior of Steel Members with Trapezoidally Corrugated Webs and Tubular Flanges under Static Loading.: Ph.D. dissertation. – Drexel University, USA, 2003. – 192 p.
- 60) Chen B., Wang Y., Huang Q. New type of concrete arch bridge with corrugated steel webs // Proceedings of the 5th International conference on Arch Bridges. – 2007. – pp. 807-814.
- 61) Kurita A., Ohyama O. Recent steel-concrete hybrid bridges in Japan // Steel Structures. – 2003. – Vol. 3. – pp. 271-279.
- 62) Mori S., Miyoshi T., Katoh H., Nishimura N., Nara S. A study on local stresses of corrugated steel webs in PC bridges under prestressing. – Osaka, Japan: Incorporated Administrative Agency Public Works Research Institute, 2004. – 10 p.
- 63) Niwa J. World's first PC-steel composite cable-stayed bridge using corrugated steel plate webs for PC girders. Yahagigawa Bridge on the Second Tomei Expressway. Project Report. – Tokyo, Japan: Tokyo Institute of Technology, 2005. – 6 p.
- 64) Höglund T. Strength of thin plate girders with circular or rectangular web holes without stiffeners. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology; 1970.
- 65) Максимов Ю.С., Остриков Г.М. Современные конструкции металлических каркасов многоэтажных зданий для сейсмических рай- онов. Обзор. – М.: ВНИИИС, 1983. – 60 с.
- 66) Максимов Ю.С., Остриков Г.М., Бирюлев В.В. Металлические рамные каркасы многоэтажных зданий повышенной сейсмостойкости // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1979. – №4. – С. 11–17
- 67) Максимов Ю.С., Остриков Г.М. Применение эффективных типов стальных конструкций покрытий зданий – важный резерв экономии металла и топлива // Экономика строительства. – 1984. – №6 – С. 48–50.
- 68) Максимов Ю.С., Остриков Г.М. Легкие покрытия одноэтажных производственных зданий // Промышленное строительство. – 1987. – №12. – С. 23–25.

- 69) Металлические конструкции. В 3т. Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений. Справочник проектировщика / Под общ. ред. В.В. Кузнецова – М.: АСВ, 1998. – 512 с.
- 70) Siokola W., Poeter H. Fabrication tools for corrugated web I-beams // Modern Steel Construction. – 1999. – №7.
- 71) Каталог легких несущих и ограждающих металлических конструкций и комплектующих металлоизделий для промышленных зданий. Часть 1. – М.: ЦНИИПроектстальконструкция, 1988. – С. 37-44.
- 72) BF Завод [Электронный ресурс] // – Электрон. текст. дан. – Барнаул, 2016. – Режим доступа: <http://bfz.kiev.ua/obekty/?country=&appointment=Спортивно-здоровительные&area=0> – Загл. с экрана.
- 73) Институт ПРОЕКТСТАЛЬКОНСТРУКЦИЯ [Электронный ресурс] // – Электрон. текст. дан. – Барнаул, 2016. – Режим доступа: <http://adm-krasnogorsk.ru/index.php/2011-02-10-15-44-22/1-latest-news/1805-2016-11-25-04-40-31> – Загл. с экрана.
- 74) Кириленко В.Ф., Окрайнец Г.А. К вопросу расчета балок с гофрированной стенкой // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1969. – №4. – С. 23–27.
- 75) Кириленко В.Ф. Устойчивость при сдвиге гофрированной пластинки как многоволновой цилиндрической оболочки // Строительная механика и расчет сооружений. – 1975. – №1. – С. 63–64.
- 76) Долинский В.В. Стальные двутавровые ригели с гофрированной стенкой в сейсмостойких многоэтажных рамных каркасах: Авто реф. дис. ...канд. тех. наук. – Новосибирск, 1985. – 22 с.
- 77) Металлические конструкции. В 3т. Т.1. Элементы конструкций: Учебник для ВУЗов по специальности "Промышленное и гражданское строительство" / Под ред. В.В. Горева – М.: Высшая школа, 2004. – 551 с.

- 78) Металлические конструкции: учебник для студентов высших учебных заведений / Ю.И. Кудишин, Е.И. Беленя, В.С. Игнатьева и др. – М.: Академия, 2006. – 688 с.
- 79) Abbas H.H., Sause R., Driver R.G. Behavior of Corrugated Web IGirders under In-Plane Loads // Journal of Engineering Mechanics. – 2006. – Vol. 132. – №8. – pp. 806-814.
- 80) Elgaaly M., Hamilton R.W., Seshadri A. Shear Strength of Beams with Corrugated Webs // Journal of Structural Engineering. – 1996. – Vol. 122. – №4. – pp. 390-398.
- 81) Elgaaly M., Seshadri A., Hamilton R.W. Bending Strength of Steel Beams with Corrugated Webs // Journal of Structural Engineering. – 1997. – Vol. 123. – №6 – pp. 772-782.
- 82) Khalid Y.A., Chan C.L., Sahari B.B., Hamouda A.M.S. Bending behavior of corrugated web beams // Journal of materials processing technology. – 2004. – Vol. 150. – pp. 242-254.
- 83) Virčík J. Skúšky nosníkov z tenkých plechov (Испытания балок, изготовленных из тонкого листа) // Stavebnícky časopis. Bratislava. ČSSR – 1983. – Vol. 9 – pp. 711-724.
- 84) Барабаш М.С., Лазнюк М.В., Мартынова М.Л., Пресняков Н.И. Современные технологии расчета и проектирования металлических и деревянных конструкций / Курсовое и дипломное проектирование. Исследовательские задачи: Учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. проф. Нилова А.А. – М.: АСВ, 2008. – 328 с.
- 85) Расчет двутавровой балки с гофрированной стенкой на изгиб в своей плоскости под действием статических нагрузок (Часть 1: Методика расчета) / Кудрявцев С.В.; ГОУ ВПО «Урал. гос. техн. ун-т - УПИ». Екатеринбург, 2007. 17 с.: ил. Библиогр.: 20 назв. Рус. Деп. в ВИНТИ 20.07.07 № 749-B2007.
- 86) Расчет двутавровой балки с гофрированной стенкой на изгиб в своей плоскости под действием статических нагрузок (Часть 2: Расчет методом конечных элементов) / Кудрявцев С.В.; ГОУ ВПО «Урал. гос. техн. ун-т - УПИ». Екатеринбург, 2007. 11 с.: ил. Библиогр.: 11 назв. Рус. Деп. в ВИНТИ 20.07.07 № 750-B2007.

- 87) Рыбкин И.С. Совершенствование конструктивных решений, методов моделирования и расчета гофрированных элементов: Автореф. дис. ... канд. тех. наук. – Москва, 2008. – 22 с.
- 88) Chan C.L., Khalid Y.A., Sahari B.B., Hamouda A.M.S. Finite element analysis of corrugated web beams under bending // Journal of constructional steel research. – 2002. – Vol. 58. – pp. 1391- 1406.
- 89) Elgaaly M., Seshadri A. Depicting the behavior of girders with corrugated webs up to failure using non-linear finite element analysis // Advances in engineering software. – 1998. – Vol. 29. – № 3–6. – pp. 195- 208.
- 90) Huang L., Hikosaka H., Komine K. Simulation of accordion effect in corrugated steel web with concrete flanges // Computers and structures. – 2004. – Vol. 82. – pp. 2061-2069.
- 91) СП 16.13330.2011 (СНиП II-23-81\*). Стальные конструкции. [Текст]. – Введ. 27.12.2010. – Москва : Министерство регионального развития Российской Федерации, 2010.
- 92) СНиП РК 5.04-23-2002. Стальные конструкции. Нормы проектирования. – Астана, 2003. – 118 с.
- 93) СН РК 5.04-08-2004. Пособие по проектированию стальных конструкций – Астана, 2005. – 144 с.
- 94) Барановская С.Г. Прочность и устойчивость гофрированной стенки стальной двутавровой балки: Автореф. дис. ...канд. тех. наук. – Новосибирск, 1990. – 21 с.
- 95) Степаненко А.Н. Исследование работы металлических балок с тонкими гофрированными стенками при статическом нагружении: Автореф. дис. ...канд. тех. наук. – Свердловск, 1972. – 20 с.

- 96) Abbas H.H., Sause R., Driver R.G. Analysis of Flange Transverse Bending of Corrugated Web I-Girders under In-Plane Loads // Journal of Structural Engineering. – 2007. – Volume 133. – Issue 3. – pp. 347-355.
- 97) Elgaaly M., Seshadri A. Girders with Corrugated Webs under Partial Compressive Edge Loading // Journal of Structural Engineering. – 1997. – Vol. 123. – №6. – pp. 783-791.
- 98) Johnson R.P., Cafolla J. Local flange buckling in plate girders with corrugated webs // ICE Proceedings. Structures and Buildings. – 1997. – Vol. 123. – pp. 148-156.
- 99) Luo R., Edlund B. Ultimate strength of girders with trapezoidally corrugated webs under patch loading // Thin-walled structures. – 1996. – Vol. 24. – pp. 135-156.
- 100) Sayed-Ahmed E.Y. Behaviour of steel and (or) composite girders with corrugated steel webs // Canadian journal of civil engineering. – 2001. – Vol. 28. – pp. 656-672.
- 101) Sayed-Ahmed E.Y. Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders // Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures & Buildings. – 2005. – Vol. 158. – pp. 53-69.
- 102) Sayed-Ahmed E.Y. Design aspects of steel I-girders with corrugated steel webs // Electronic Journal of Structural Engineering. – 2007. – Vol. 7. – pp. 27-40.
- 103) Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
- 104) Блейх Ф. Устойчивость металлических конструкций. – М.: Физматгиз, 1959. – 544 с.
- 105) Броуде Б.М. Устойчивость пластинок в элементах стальных конструкций. – М.: Машстройиздат, 1949. – 240 с.
- 106) Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 880 с.
- 107) Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1946. – 532 с.



- 108) Ibrahim S.A., El-Dakhakhni W.W., Elgaaly M. Behavior of bridge girders with corrugated webs under monotonic and cyclic loading // Engineering Structures. – 2006. – Vol. 28. – pp. 1941- 1955.
- 109) Machacek J., Tuma M. Fatigue life of girders with undulating webs // Journal of constructional steel research. – 2006. – Vol. 62. – pp. 168- 177.
- 110) Metwally A.E. Prestressed composite girders with corrugated steel webs: A thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science. – The University of Calgary, Canada, 1998. – 212 p.
- 111) Metwally A.E., Loov R.E. Corrugated steel webs for prestressed concrete girders // Materials and Structures. – 2003. – Vol. 36. – pp. 127- 134.
- 112) Mo Y.L., Jeng C.H., Krawinkler H. Experimental and analytical studies of innovative prestressed concrete box-girder bridges // Materials and Structures. – 2003. – Vol. 36. – pp. 99-107.
- 113) Yi J., Gil H., Youm K., Lee H. Interactive shear buckling behavior of trapezoidally corrugated steel webs // Engineering Structures. – 2008. – Vol. 30. – pp. 1659-1666.
- 114) Yu D. The lateral torsional buckling strength of steel I-girders with corrugated webs: Ph.D. dissertation. – Lehigh University, Bethlehem, USA, 2006. – 364 p.
- 115) Luo R., Edlund B. Shear capacity of plate girders with trapezoidally corrugated webs // Thinwalled structures. – 1996. – Vol. 26. – pp. 19-44.
- 116) Википедия [Электронный ресурс] // – Электрон. текст. дан. – Барнаул, 2016. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Visual\\_Basic\\_for\\_Applications](https://ru.wikipedia.org/wiki/Visual_Basic_for_Applications) – Загл. с экрана.
- 117) ГОСТ 27772-2015. Прокат для строительных конструкций. Общие и технические условия. [Текст]. – Введ.2016-07.04. – Москва : Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, 2016.

118) Кикоть А. А. Расчет стальной сварной балки - АлтГТУ, Барнаул, 2005 50 с.