НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ

КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

«На правах рукопису»
УДК _______________

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
______ Сергій ПИСКУНОВ
«___»____________2022 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-науковою програмою «Динаміка і міцність машин»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

на тему: «Розрахунок напружено-деформованого стану системи "труба - композитний бандаж"»

Виконав:
студент VI курсу, групи МП-01мн
Савчук Євгеній Вікторович ___________

Керівник:
д.т.н., проф.
Шукаєв Сергій Миколайович ___________

Рецензент:
д.т.н., проф.
Данильченко Юрій Михайлович ___________

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____________

Київ – 2022 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-наукова програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

________ Сергій ПИСКУНОВ

«___»_____________2022 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Савчуку Євгенію Вікторовичу

1. Тема дисертації «Розрахунок напружено-деформованого стану системи "труба - композитний бандаж"», науковий керівник дисертації Шукаєв Сергій Миколайович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 01.04.2022 р. № 793-с.

2. Термін подання студентом дисертації: 10.06.2022 р.

3. Об'єкт дослідження: застосування композиційних матеріалів для посилення і ремонту зношених трубопроводів..

4. Предмет дослідження: напружено-деформований стан системи «труба - композитний бандаж» під внутрішнім тиском.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити:

1) Побудувати план повного факторного експерименту 3^3//27. Провести аналітичні та чисельні розрахунки системи «Труба-Композитний бандаж» за створеним планом.

2) Провести порівняльний аналіз аналітичних та чисельних розрахунків для системи «Труба-Композитний бандаж» та побудувати регресійні моделі похибок.

3) Побудувати план повного факторного експерименту 3^3//27 системи «Труба-Композитний бандаж» з наявним пошкодженням. Провести аналітичні та чисельні розрахунки системи «Труба-Композитний бандаж» з наявним пошкодженням.

4) Провести порівняльний аналіз аналітичних та чисельних розрахунків для системи «Труба-Композитний бандаж» з наявним пошкодженням

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 6 і більше.

7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.

8. Дата видачі завдання: 01.09.2021 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літератури	01.09.20 – 20.12.20	
2	Розв’язок аналітичної задачі методами задачі Ламе та безмоментною теорією оболонок	01.02.21 –01.05.21	
3	Числове моделювання системи «труба-бандаж» та верифікація результатів числового розв’язку.	02.05.21 – 01.08.21	
4	Проведення серії розрахунків за створеним планом повного факторного числового експерименту. Створення регресійних моделей для порівняння розбіжностей між аналітичним та числовими моделями	02.08.21–01.11.21	
4	Проведення числового моделювання труби з наявним пошкодженням. Верифікація моделі.	02.11.21 – 01.02.22	
5	Проведення серії числових та аналітичних розрахунків за новим планом що враховує глибину пошкодження. Створення регресійних моделей для порівняння аналітичних та числових результатів.	02.02.22 – 01.05.22	
6	Висновки	02.05.22– 10.06.22	

Студент _____________ Євгеній САВЧУК

Науковий керівник _____________ Сергій ШУКАЄВ

Анотація

Магістерська дисертація загальним об'ємом у 84 сторінки, в тому числі 41 рисунків і 4 таблиць, містить список використаних джерел із 18 найменувань.

Об'єкт дослідження – застосування композиційних матеріалів для посилення і ремонту зношених трубопроводів.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан системи «труба - композитний бандаж» під внутрішнім тиском.

Мета дослідження – уточнення аналітичних методів розрахунку напружено-деформованого стану системи «труба - композитний бандаж» за різних значень конструкційних та силових факторів.

У дослідженні виконано порівняльний аналіз розрахунків сталевої труби підсиленої композитом за методом скінчених елементів (МСЕ) та рядом аналітичних методів у тому числі згідно з ДСТУ ISO 24817:2019. Запропоновано «гібридний» двоступеневий спосіб розрахунку НДС системи «труба - композитний бандаж», який полягає у поетапному використанні безмоментної теорії тонкостінних оболонок та задачі Ламе для товстостінної труби. Числові розрахунки за МСЕ виконувалися згідно з планом повного факторного експерименту (три фактори на трьох рівнях, всього двадцять сім розрахунків). Розрахунки за МСЕ продемонстрували хорошу відповідність результатам, отриманими за запропонованим «гібридним» способом. Було також розглянуто випадок труби з наявним пошкодженням. Було проведено числові та аналітичні розрахунки за новим планом повного факторного експерименту (три фактори на трьох рівнях, всього двадцять сім розрахунків). Розрахунки з врахуванням пошкодження показали похибку що виникає при збільшені глибини пошкодження. Було запропоновано способи зменшення впливу ефектів, що призводять до виникнення розбіжностей між аналітичними та числовими розрахунками.

Результатом цієї роботи є розробка аналітичного способу розрахунку НДС системи «труба - композитний бандаж», який дає вищу точність у порівняння з ДСТУ ISO 24817:2019.

Abstract

This work is a master's graduate dissertation with a volume of 104 pages, also including 27 figures and 18 tables. A list of references consists of 98 members.

The object of study is the use of composite materials for strengthening and repair of old pipelines.

The target of the study is the stressed-deformed state of a “Tube-Composite Bandage” for a different range of geometric and load factors.

The study aims to enhance the precision of current analytical methods of calculation of a “Tube-Composite Bandage” system stressed-deformed state loaded with inner pressure.

In this study, a comparative analysis was performed. A variety of analytical methods (including ISO: 24817:2019) were compared with the Finite Element Model. FEM calculations were executed according to the plan of a full factorial experiment (3 factors on 3 levels, 27 calculations in total). A hybrid two-stage method was introduced. This method of analysis aims to evaluate the stress-deformed state of the “Tube-Bandage” system using membrane shell theory and the Lame problem for thick wall cylinders. A regression analysis was used to evaluate relative errors between each analytical approach and finite element calculation. As a result, the Finite Element Method has shown great coherence to the result obtained with the introduced hybrid method.

The current study also includes an analysis that takes into account damaged pipe walls. A Series of analytical and numerical calculations were completed using a new full factorial experiment plan. Damaged pipe analysis shows an error between analytical and numerical calculations caused by factors that were not taken into account. The methods of mitigation were introduced to ensure the safe exploitation of a repaired pipeline.

The result of this study is an introduction of analytical methods of stress-deformed state evaluation of a “Tube-Bandage” system, that provides a greater precision relative to the method introduced in ISO 24817:2019.

Зміст

1. Вступ

Актуальність теми.

Трубопроводи є невід'ємною частиною систем постачання ресурсів між об'єктами інфраструктури та промисловості. На сьогоднішній день магістральні трубопроводи використовуються для транспортування енергоносіїв на значні відстані. Значна протяжність всіх таких трубопроводів створює актуальну проблему забезпечення міцності ділянок, що мають значний термін експлуатації. Використання сталі для трубопроводів також ставить питання забезпечення довготривалого захисту трубопроводу від впливу агресивного зовнішнього середовища та корозії. Не менш значущим є також питання забезпечення міцності після виявлення та видалення корозії.

Методи ремонтів трубопроводів є поширеною та доволі вивченою темою, особливо для технологій ремонту з застосуванням металів та зварювання . Але зазвичай такі ремонти потребують процедур, виконання яких потребує зупинку експлуатації трубопроводу . Такі дії (вирізання дефектів, зачищення корозії, зварювання) становлять потенційну небезпеку у випадку коли вміст трубопроводу є вибухонебезпечним.

З появою композитних матеріалів, вони також знайшли застосування для ремонту та укріплення трубопроводів. Перевага композитних ремонтних бандажів: у відсутності потреби використання зварювання . Відсутність зварки усуває проблему перегріву труби, що може викликати займання вмісту труби. Також композитні бандажі простіші у встановлені та експлуатації. У випадку укріплення та ремонту підземних трубопроводів , проведення робіт з встановлення композитних бандажів простіші порівняно з металевими ремонтами. У таких випадках немає необхідності використовувати громіздке обладнання в умовах обмеженого замкнутого простору

З представленням систем ремонту з використанням композитних матеріалів виникла одночасна потреба їх точного розрахунку та визначенням напружено-деформованого стану елементів системи. На відміну від металевих ремонтів, де за допомогою металевої втулки можливо повністю зняти навантаження з ремонтованої ділянки, при встановленні композитного бандажу необхідно точно оцінювати частки навантаження, що розподіляться поміж компонентів системи «труба-композитний бандаж». Тому для точного визначення міцності труби після проведення ремонту чи укріплення композитним бандажем, необхідно точно визначити НДС у відповідних компонентах системи.

Використання композитних матеріалів також має свої нюанси порівняно з металами. Бандажі можуть складатися з різних за властивостями шарами армуючих волокон та утримуючої матриці.

Існує широкий спектр можливих варіантів застосування композитних матеріалів. Різні методики створення бандажів дають різні властивості та характеристики міцності бандажів. Деякі технології застосування композитних матеріалів дають змогу ремонту та укріплення кривих ділянок труб, що не можливо ремонтувати за допомогою металевих ремонтів та потребували заміни цілої ділянки. В цій роботі було розглянуто основні підходи що використовуються при розв'язувані задачі оцінки напруженого стану системи «труби-композитний бандаж». Задля врахування різних за фізичними властивостями компонентів системи , задача розглядалася як двошарова оболонка.

Об'єкт дослідження – застосування композиційних матеріалів для посилення і ремонту зношених трубопроводів.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан системи «труба - композитний бандаж» під внутрішнім тиском.

Мета і задачі дослідження.

Мета дослідження – уточнення аналітичних методів розрахунку напружено-деформованого стану системи «труба-композитний бандаж» за різних значень конструкційних та силових факторів. Для досягнення поставленої мети були поставлені наступні завдання.

1. Розглянути теоретичні розв'язки щодо визначення напружено-деформованого стану системи «труба-композитний бандаж».
2. Провести порівняльний аналіз аналітичних та чисельних розрахунків для системи «труба-композитний бандаж» за планом повного факторного експерименту 3^3//27 із змінними факторами: товщина бандажу, товщина труби та внутрішній тиск.
3. Провести порівняльний аналіз аналітичних та чисельних розрахунків для системи «труба-композитний бандаж» з пошкодженням за планом повного факторного експерименту 3^3//27 із змінними факторами: товщина бандажу, товщина труби та відносна залишкова товщина.
4. Аналіз отриманих результатів, та формулювання загальних висновків.

Методи дослідження

В рамках роботи були застосовані теоретичні відомості що ґрунтуються на методах опору матеріалів та Теорії Пружності. У роботі також було широко застосовано скінчено-числове моделювання за допомогою програмного комплексу Ansys Workbench для визначення напруженого-деформованого стану елементів системи «труба-композитний бандаж» за різних значень конструктивних та силових факторів . Отримані результати були проаналізовані за допомогою методів регресійного аналізу для отримання уявлення про вплив конструктивних та силових факторів на похибку між аналітичними та числовими методами.

2. Огляд літератури

2.1. Види ремонту трубопроводів

2.1.1. Металеві ремонти

Роками, найбільш поширеним рішенням задля ремонту було повна заміна трубопроводу або видалення пошкодженої ділянки трубопроводу. Альтернативою повної заміни було встановлення огортаючих сталевих бандажів/втулок або металевих затисків. Ці методи полягають у застосуванні сталевих втулок встановлених на зовнішній поверхні труби. Ці укріплюючі елементи можуть зварюватися з трубою чи прикручуються болтами.

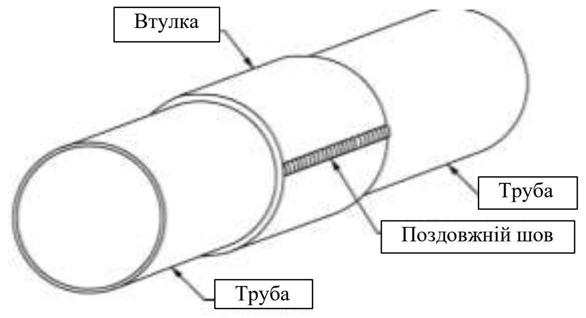


Рис. 1 Металева втулка з поздовжнім швом Тип А

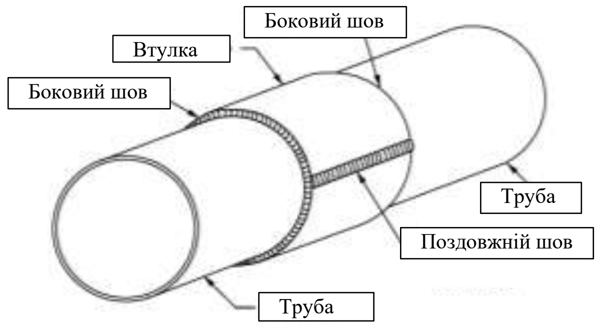


Рис. 2 Металева втулка з поздовжнім швом та боковими швами Тип Б

Використання методів огортання металевими втулками було розроблено ще у 70х роках 20го століття. Розрізняють два тими металевих втулок: Тип А та Б. Тип А має на меті зміцнити трубу з локалізованими слідами корозії. Такий ремонт припустимий лише у випадку коли трубу необхідно зміцнити у коловому напрямку, якщо наявний дефект не шкодить поздовжній передачі навантаження. Процедура встановлення втулки Типу А також потребує заходів метою яких є запобігання проникання вологи у простір між втулкою та трубою. Такий ремонт складається з двох металевих половин що зварені меж собою вздовж напрямку труби.

Заварний ремонт Типу Б виконується ідентично до Типу А але також з виконанням поперечного зварного шву по обидва боки вздовж напрямку труби. Такий тип ремонту здатен локалізувати протікання чи дефекти що в процесі експлуатації можуть призвести до витікання вмісту трубопроводу. Для усіх типів ремонту ремонтована ділянка має бути попередньо очищена та підготовна для встановлення ремонту. У разі видалення частини матеріалу з поверхні труби, у створений виріз має бути закладений наповнювач достатньо твердий для природньої передачі експлуатаційних навантажень між трубою та втулкою. Окрім зварних варіантів виконання ремонту можливою альтернативою що не потребує зварювання є затискні втулки

Такий тип ремонту використовує болтове з'єднання для забезпечення цілісності труби.

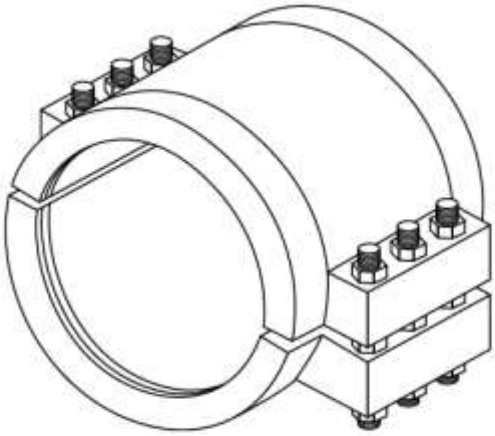


Рис. 3 Металевий ремонтний затиск

Переважно застосовуються у місцях з'єднань та для локалізації течії. Але недоліком є неможливість попередження та зупинки наявних тріщин у поперечному напрямі. Обидві технології є вельми ефективними завдяки стримуванню вигину трубопроводу у місцях ремонту з причини зменшення місцевої товщини труби.

Не дивлячись на наведені переваги сталевих(затискних) ремонтів, данні методи придатні для ремонту прямих ділянок трубопроводів але мають обмежене використання для ремонтів з'єднань трубопроводів та колін.

Також важливим аспектом є складність процесу встановлення, особливо в умовах обмеженого робочого простору (каналізації, тунелі, підземні роботи, тощо). В деяких випадках при виконані таких ремонтів існує необхідно використовувати важку техніку та складне обладнання. Також варто зазначити що зварювання є потенційно небезпечним технологічним процесом за якого виникає значна кількість надлишкового тепла, як результат ризик займання вмісту труби чи вибухів.

2.1.2. Ремонт неметалеві матеріалами

Поява та розвиток волоконних композитних матеріалів також позначилася на уже існуючі технології ремонту трубопроводу, і композитні матеріали стали альтернативою класичним металевим ремонтам [1],[6],[7],[8]. Використання композитних ремонтів було започатковано наприкінці 1980х років. З того часу постійні спроби здійснювалися для розробки стандартів та методів обчислення застосування композитних ремонтів і такі тенденції будуть пришвидшуватися. Неметалічні композитні ремонти надають переваги завдяки своїй простоті проєктування, зручності застосування, та витривалості. Очевидним є відсутність потреби використовувати зварювання що спрощує процес ремонту. Прийняття інженерним суспільством композиту як альтернативного матеріалу для трубопроводу відображено у розвитку декількох визнаних стандартів включаючи ASME PCC-2 [13] та ДСТУ/ISO 24817 [14]. Ці обидва документи визнають композити як повноцінний матеріал задля ремонту трубопроводів. Наразі широкий спектр композитних матеріалів використовується для композитних ремонтів. Це спеціально спроєктовані матеріали що складаються з високоміцних волокон що утримуються з епоксидної або термопластикової матриці.

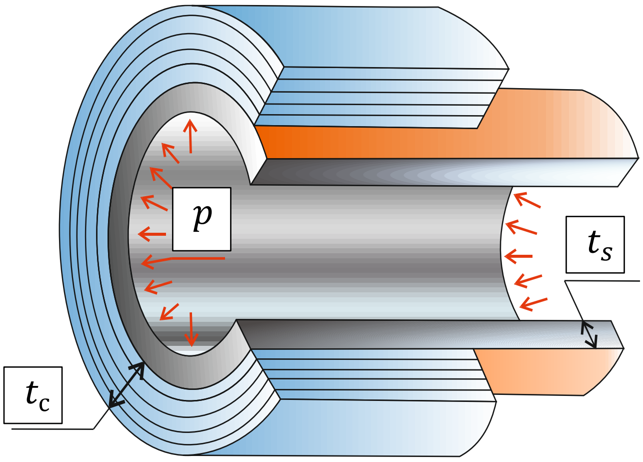


Рис. 4 Система трубопровід – композитний бандаж

Хоча такі матеріали виготовлюються різними компаніями по всьому світу та різними дослідницькими інститутами, системи композитного ремонту переважно складаються з композитного матеріалу, клею, матеріал з високою міцністю на стиск що є наповнювачем видаленого дефекту між трубою та бандажем.

2.1. Методи розрахунку композитних бандажів

Серед можливих методів оцінки міцності труби укріпленою композитним бандажем, можна розрізнити декілька основних способів що відрізняються припущеннями у їх основі. Також широко поширеними є різні методи створені виробниками композитних матеріалів, що базуються на даних випробувань та експериментальній обробці даних [1] . Недоліком таких методів є їхні обмеження при застосуванні для різних товщин та властивостей композитного матеріалу. Основним документом що регламентує порядок підготовки , проведення та оцінки міцності ремонту в Україні є ДСТУ-ISO 24817. Зазначений стандарт повністю перенесений та наслідує загальноприйнятий Європейський стандарт [14]. Також цей стандарт є спорідненим з стандартом США ASME PCC-2 [13].

2.1.1. ДСТУ-ISO 24817 / ASME

Задля визначення товщини t_{cw} найбільш застосовуваними методом оцінки є спосіб описаний за стандартами ASME та ISO [13],[14]. Для випадку коли відсутні залишкові деформації (за граничний стан приймається границя текучості труби) , товщина укріплення визначається за наступними рівняннями:

$$tc = \frac{D}{2}\frac{E_s}{E_c}\frac{1}{\sigma_{sy}}(p - p_s) \tag{1.1}$$

де $t_c -$ товщина композитного бандажу

$E_s -$модуль пружності труби

$E_c -$модуль пружності бандажу у коловому напрямку

$p -$ діючий тиск

$p_s -$ граничний тиск труби

$D -$ зовнішній діаметр труби

У випадку коли бандаж складається з багатошарового композитного матеріалу, отримана товщина має бути округленим у більшу сторону до суми товщин всіх шарів композиту.

Якщо враховувати що сталева труба буде деформуватися ідеально пружно-пластично, за граничний стан буде обиратися максимальна деформація композиту ε_{ac}. Рівняння набуде вигляду.

$$t_{cw} = \frac{1}{E_c \cdot \varepsilon_{cc}}\left(\frac{p\,D_e}{2} - \sigma_{sy} t_s\right) \tag{1.2}$$

де $\varepsilon_{cc} -$ гранична деформація композиту у коловому напрямку

Зазначені формули є спільними для стандартів ASME та ISO але є розбіжність у визначені p_s з рівняння (1.1). Для стандарту ASME PPC-2 ця величина є тиском за якого в трубі напруження досягають границі текучості. У випадку стандарту ISO 24817 p_s є тиском за якого будуть виникати допустимі граничні напруження. Таким чином стандарт ISO 24817 є більш консервативним, адже допустимі граничні напруження можуть в собі містити коефіцієнт запасу 1.5. У роботі [3] було проаналізовано вплив цих розбіжностей на розрахунок деформацій за методами ASME/ISO.

$$ASME\ PPC-2 \qquad p_s = \sigma_{sy} \qquad \text{де } \sigma_{sy} - \text{границя текучості}$$
$$ISO\ 24817 \qquad p_s = [\sigma] \qquad \text{де } [\sigma] - \text{допустимі напруженя}$$

$$[\sigma] = \sigma_{sy} \cdot n_s, \qquad \text{де } n_s - \text{фактор безпеки.}$$

Поздовжній розмір композитного бандажу можливо вирахувати за формулою описаною у [13],[14]:

$$l_{cw} = s_p + 2(s_{tl} + s_{ol})$$

s_{ol} є довжиною перехлесту, що є поздовжньою довжиною дефекту труби для котрого здійснюється ремонт. s_{tl} – довжина звуження, що є довжиною скосу поздовжніх країв композитного бандажу.

2.1.2. Розрахунок за товстостінною теорією

Також у роботах [10],[11],[12] була створена своя методика , що враховує багатошарову трубу (композит на зовнішній стороні та еквівалента сталева труба зсередини) навантажену внутрішнім тиском. В основі цієї теорії покладено товстостінну теорію. Наступна формула використовується для визначення товщини композитного бандажу:

$$t_{cw} = \frac{D_e}{2}[\sqrt{\frac{K_{EP} - \mu_c + 1}{K_{EP} - \mu_c - 1}} - 1]$$

де,

$$K_{EP} = \frac{Ecc}{Ep}\frac{1}{k_{ep}^2 - 1}[\frac{8t_{rp}k_{ep}^2}{t_{rp}\left(3k_{ep}^2 + 1\right) - k_{ep}^2 + 1} - K_{EP0}]$$

$$K_{EP0} = \left(k_{ep}^2 - 1\right)\left(1 - \mu_p\right) + 2\,, \qquad k_{eP} = \frac{b_{ep}}{a_{ep}}$$

У випадку наявного пошкодження, цю теорію можливо застосовувати з припущенням, що буде обчислюватися труба з товщиною еквівалентною залишковій товщині початкової труби .

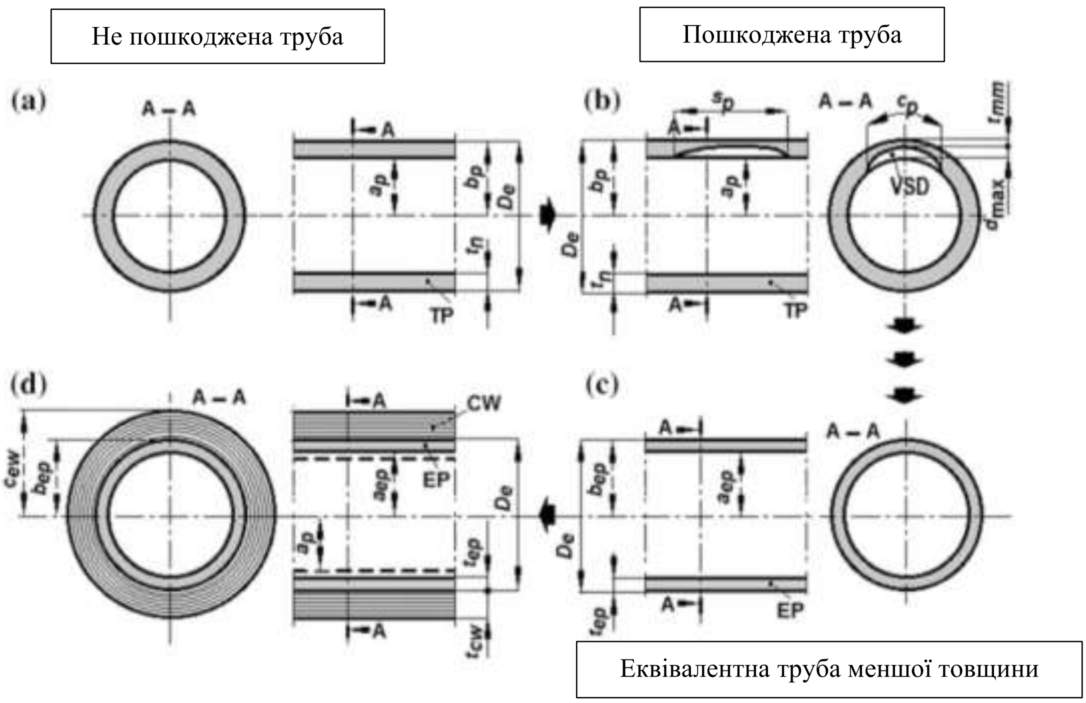


Рис. 5 Схема позначень для використання запропонованого у [10] - [12] методу з використанням задачі Ламе

У наведених рівняннях a_{ep} та b_{ep} відповідно є внутрішніми та зовнішніми радіусам еквівалентної труби без дефектів, виготовленої з аналогічних матеріалів. Ці радіуси та еквівалентна товщина трубу t_{ep}, отримані використовуючи наступні вирази:

$$a_{ep} = \frac{D_e}{2} - t_{ep}, \qquad b_{ep} = b_p, \qquad t_{ep} = \frac{p_d}{2\sigma_{ap} + p_d} De$$

Де ,

De – зовнішній діаметр труби

p_d – максимальний допустимий тиск під час роботи

σ_{ap} – границя міцності труби

2.1.3. Залишкова міцність труби

Окремо від загальних методів , також є методи оцінки залишкової міцності. У випадку якщо труба має пошкодження, попередньо до встановлення ремонту можливо обчислити залишкову міцність труби враховуючи пошкодження та локальну втрату товщини труби в наслідок корозії. Так званий RSF фактор показує частку міцності пошкодженої труби відносно такої ж труби без дефектів.

Оригінальний метод запропонований стандартом ASME [15]

$$RSF = \begin{cases} 1.1\dfrac{1-\frac{2}{3}d_{rd}}{1-\frac{2}{3}\frac{d_{rd}}{M}} & \text{для } s_{rd}^2 \leq 20 \\ 1.1(1-d_{rd}) & \text{для } s_{rd}^2 > 20 \end{cases}$$

$$s_{rd} = \frac{s_p}{\sqrt{D_e \cdot t_n}}$$

$$d_{rd} = \frac{d_{max}}{t_n}$$

де, s_{rd}– відносна довжина дефекту

d_{rd} –відносна глибина дефекту

t_n – товщина стінки труби

d_{max} – максимальна глибина дефекту

Тут M, це фактор що враховує збільшення напруження за рахунок згинних зусиль (випучення):

$$M = \sqrt{1 + 0.8 s_{rd}^2}$$

Враховуючи фактор залишкової міцності можливо вирахувати допустимий тиск для розрахунку композитного бандажу.

$$p_d = RSF\, p_{ao}$$

2.2. Матеріали композитного ремонту

Композитні матеріали на відміну від металічних мають широкий спектр технологічного виконання. Різні методи створення композитних бандажів мають свої недоліки та переваги.

Попередньо підготовані ламінати (Pre-Cured)

Бандажі виготовлені з використанням попередньо підготованих ламінатів виготовляються попередньо на підприємстві та встановлюються на ремонтовану трубу вже готовими частинами за допомогою клею. Весь процес установки відбувається безпосередньо на місці проведення ремонту. Попередньо підготовані деталі бандажу складаються з готових композитних шарів які вже були попередньо запеченими. Система представляє собою котушку напів фабрикованого багатошарового композиту що дає можливість надійно огортати ремонтовану трубу. Шари скловолокна склеєні між собою міцним адгезивом завдяки чому багатошарове покриття не розшаровується під час процесу встановлення. Такий спосіб ремонту підтримує дефект та попереджує можливі течії у місці дефекту. Ідеально підходить для дефектів за яких втрачається місцева товщина труби. Так як бандаж виготовляється попередньо на виробництві, можливим є контроль та забезпечення високої якості бандажу та композитного матеріалу. Подібно до ремонту зварюванням чи затиском з розділу 2.1.2, такий ремонт також підходить для прямих ділянок трубопроводів та має обмежене застосування для кривих ділянок , чи місць з’єднання труб.

Волога викладка (Wet Layup)

Волога викладка широко застосовується для ремонту трубопроводів підводою та на суші. Такий метод встановлення робить допустимим ремонт кривих ділянок труб. Волога викладка має таку назву з причини використання необробленої сирої епоксидної смоли що залишається рідкою в процесі ручного викладання шарів волокна. Смола твердіє після повної викладки та обробки, наприклад вакуумного запікання. Процедура такого ремонту зазвичай складається з таких кроків:

(1) Зачищення ремонтованої поверхні;
(2) заповнення вирізаного дефекту твердим наповнювачем;
(3) Замащування ремонтної поверхні та наповнювача епоксидною матрицею ;
(4) Підготовка клаптиків армуючої тканини або волокон ;
(5) Пошарове накладення армуючої тканини та шарів епоксидної матриці.

Але недоліком таких систем є необхідність подальшої обробки викладеної багатошарової конструкції, що потребує застосування вакуумних мішків та пристроїв для місцевого спікання. Складності у пост-обробці призводять до можливої втрати адгезивних властивостей (розшарування) та втрату несучої здатності .

Обмеженням також є використання таких систем у замкнутих та обмежених робочих просторах.

Просоченим волокном (Pre-Impregnated)

Технологія просочених волокон полягає у попередній підготовці армуючої тканини, просочуючи її епоксидною смолою та формуючи готові до формування композитної деталі шматки композитних шарів. Викладка можлива як і в сухих умовах так і застосовувати під водою використовуючи водостійкі смоли. Попередня підготовка шарів дозволяє оптимально контролювати властивості створеного композитного бандажу та рівномірно розділювати епоксидну матрицю між шарами армуючої тканини. Нажаль основним недоліком є обмежений термін зберігання готових тканин та необхідність спеціальних умов зберігання просоченої тканини (часто нижче 0 градусів Цельсія) до моменту застосування. Це надто ускладнює процес ремонту так як створює необхідність налагодження інфраструктури зберігання просочених тканини.

Розділеною композитною втулкою (Split Composite Sleeve)

На відміну від усіх попередніх описаних технологій, розділена втулка забезпечує вищий рівень міцності та несучої здатності. Більшість важких ремонтів базуються на даному методі. Розділена втулка підвищує несучу здатність, локалізує течії, довговічна та може успішно застосовуватися під водою. Концепт такого ремонту подібний до ремонту сталевою затискною втулкою. У випадку локалізації корозії або дефекту важливо забезпечити гладкість поверхні для забезпечення максимального зчеплення втулки та труби. Забезпечення контакту має на меті рівномірну підтримку всієї зони ремонту, мінімізації радіальних переміщень та стримування можливої течії. Як і попередні ремонти, велику роль грає наповнювач вирізаних дефектів. Так як втулка є розділеною, варто приділити значну увагу вибору та забезпечення оптимального болтового зчеплення.

Гнучка стрічка

Також існує метод за яким гнучку кевларову стрічку намотують на трубу використовуючи епоксидну смолу зміцнену керамічним додатком. За заявами виробника система має високу міцність та є доволі гнучкою. Також за заявами виробника такий ремонт може мати термін придатності 20 років. Кевлар має багато переваг понад іншими армуючими волокнами, включаючи малу вагу , високу міцність та жорсткість. Кевлар витримує високі температури, а композити на його основі ударно та зносостійкі. Недоліком є висока ціна арамідних волокон ,що є основою для Кевлару, через його високу потребу, та необхідність спеціального обладнання для виготовлення Кевларові тканин. Також Кевлар має схильність до поглинання вологи, тому мають використовуватися засоби ізоляції композиту від джерел вологи.

2.3. Механічні властивості бандажу

Як уже було зазначено, композитні матеріали можуть містити в собі різні види армуючих волокон. Таким чином різні види композитних волокон дають велику різницю у характеристиках матеріалу.

Аби виготовлений бандаж володів достатньою якості , необхідно мати вичерпні дані про характеристики шарів композитного виробу. В загальному , будемо розглядати композит як багатошарову конструкцію. Властивості кожного шару завідома відомі. Композит у більшості випадків розглядається як ортотропна пластина. Шари армуючих волокон у випадку ремонту можуть мати один напрямок таким чином забезпечуючи максимальну міцність та жорсткість у одному напрямку. Але також можливо використовувати комбінування різних за напрямком волокон шарів для створення багатошарового композиту. У випадку такої конструкції необхідно враховувати теорію багатошарових композитних ламінатів що описана у [2].

В загальному випадку для розрахунку ремонтної системи необхідно знати набір характеристик композитного бандажу:

- Модуль пружності у коловому напрямку E_{cc}
- Коефіцієнт Пуассона у коловому напрямку μ_{cc}
- Граничний стан на розтяг у коловому напрямку σ_{uc}

При врахуванні поздовжнього навантаження, для вирішення задачі також варто враховувати властивості композитного бандажу у повздовжньому напрямку.

У даній роботі розглядалися лише колові напруження, і відповідно бралися до уваги лише колові властивості композитного бандажу. Це пов’язано з тим що бандаж буде брати лише не значну частку осьового навантаження. Також відповідно до теорії тонкостінних оболонок, для циліндру навантаженого внутрішнім тиском, осьове навантаження буде складати лише половину від колового.

У роботах що стосується композитних матеріалів можливо знайти широкий спектр властивостей при використані різних типів волокон. У таблиці показано основні класи композитних матеріалів та їх приблизні механічні характеристики.

Табл. 1 Основні класи композитних матеріалів та їх властивості

Тип композиту	1	2	3	4	5
Армуючий матеріал	Скловолокно	Скловолокно	Скловолокно	Кевларові волокна	Вуглецеві волокна
Коловий модуль пружності E_{cc}, GPa	34.0…38.0	7.9 … 8.7	33.8 … 34.5	48.0 … 49.3	67.5 … 69.8
Осьовий модуль пружності E_{ac}, GPa	7.8 … 8.7	5	6.1 … 11.1	18.8 … 19.6	26.5 … 27.4
Коефіцієнт Пуассона μ_{cc}	0.30…0.32	0.15…0.23	0.22…0.25	0.18…0.19	0.30…0.33
Модуль Зсуву G_c, GPa	3.1 … 6.5	-	3.1 … 5.9	4.2 … 5.5	6.5 … 6.8
Міцність на розтяг σ_{uc}, mPa	580 … 620	72 … 190	630 … 650	188 … 205	822 … 1020
Деформація розриву $\varepsilon_{cc}, \%$	1.1 … 1.1	2.8 … 3.7	1.0 … 1.2	1.3 … 1.4	0.25

Більш детальні розрахунки з застосуванням наведених властивостей були проведені у роботі [1].

При застосуванні композитних матеріалів також можуть широко застосовуватися фактори що дозволяють вплив різних технологічних процесів чи навколишнього середовища. Також можуть застосовуватися фактори що враховують довгостроковий вплив навколишнього середовища на зниження механічних характеристик з часом. В загальному випадку це враховується за таким співвідношенням :

$$\sigma_u^{`} = k\sigma_{uc}$$

$$\varepsilon_u^{`} = k\varepsilon_{cc}$$

Дані фактори визначаються виробниками композитного матеріалу і визначаються шляхом натурних випробувань. У даній роботі були розглянуті аналітичні методи без прив’язки до технологічних та впливу середовища, тому фактори для модифікації границі міцності не застосовувалися.

2.3.1. Висновок

Наведені методи є основними що зустрічаються в літературі, та регламентовані загальноприйнятими стандартами. Але методи застосовані у стандартах ISO/ASME [13],[14] дійсні лише якщо товщина композитного бандажу не перевищує $D_e/6$, як зазначено в ДСТУ-ISO 24817 [14].

У літературі часто зустрічаються методики запропоновані безпосередньо виробниками композиційних матеріалів. Такі формули зазвичай мають обмеження на застосування і не завжди працюють для всіх видів композитних матеріалів чи товщин. Тому у цій роботі розглядалися лише основі методи наведені у Розділі 2.1

Зазначені методи враховують загальні властивості композитних матеріалів без прив’язки до конкретних видів волокон. Для цього необхідно знати характеристики наведені у Розділі 2.3.

3. Аналітичні розрахунки

3.1. Тонко-стінна модель

Відтворення моделі труби укріпленої бандажем можливе за безмоментної теорії оболонок [18]. Застосуємо рівняння для тонкостінної оболонки навантаженої тиском (рівняння Лапласа).

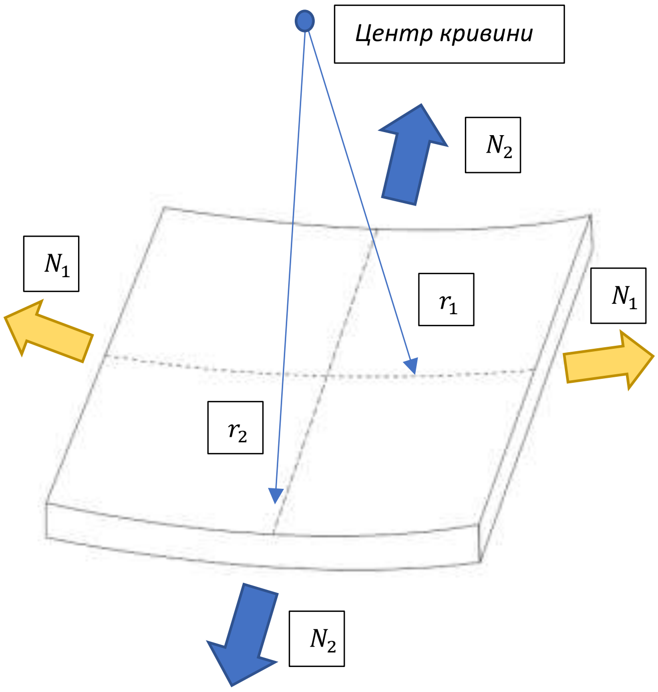


Рис. 6 Зображення тонкостінної оболонки з рівняння Лапласа

$$\frac{N_1}{r_1} + \frac{N_2}{r_2} = p \qquad (2.1)$$

Де N_1 та N_2 зусилля у напрямку відповідних осей .

r_1 та r_2 – радіуси кривизни поверхні

У класичному розв’язку , вважається що оболонка є одношаровою. Товщина такої оболонки дорівнює h.

Враховуючи це, зусилля N_1 та N_2 можливо розписати як напруження.

$$N_1 = \sigma_t h$$
$$N_2 = \sigma_m h$$

Де σ_t- кільцеві нормальні напруження направлені по дотичній у колового радіусу $r_1 = r_t$, а σ_m – меридіональні нормальні напруження направлені по дотичній до меридіонального радіусу $r_2 = r_m$. Використовуючи ці позначення, можливо записати рівняння рівноваги (2.1) у вигляді (рівняння Лапласа)

$$\frac{\sigma_t}{r_t} + \frac{\sigma_m}{r_m} = \frac{p}{h} \qquad (2.1a)$$

Але лише рівняння Лапласа не достатньо для знаходження напружень σ_t та σ_m. Для цього необхідно враховувати додаткові рівняння рівноваги.

Розглянемо випадок циліндричного балону

$$r_t = R;\ r_m = \infty$$

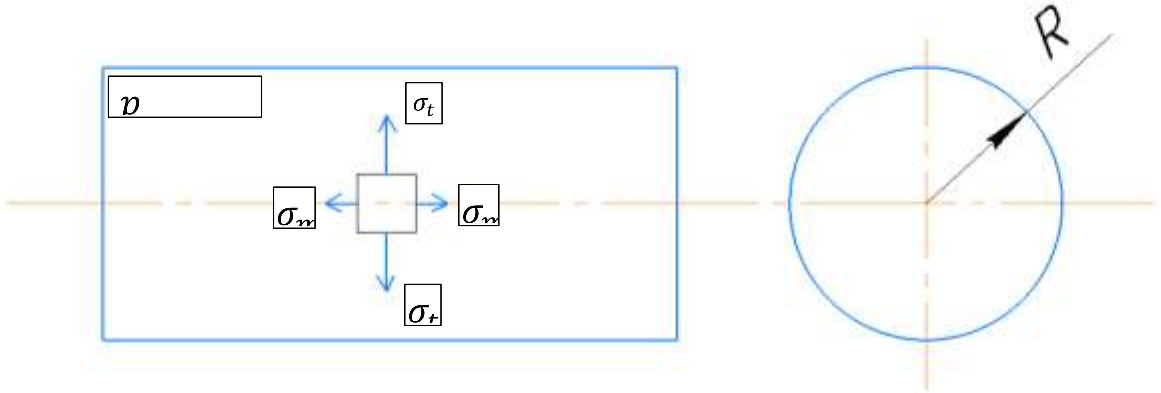


Рис. 7 Напруження у тонкостінному циліндричному балоні

З рівняння (2.1а) можливо визначити колові напруження. Завдяки нескінченному радіусу r_m, колові напруження σ_t будуть незалежними від поздовжніх напружень σ_m.

$$\sigma_t = \frac{pR}{h}$$

Другу компоненту можна визначити якщо застосувати умову рівноваги відкинутої частини. У випадку балону осьове навантаження буде визначатися зусилля від відкинутої частини.

$$F_m = \pi r^2 \cdot p$$

Отримаємо осьові напруження

$$\sigma_m = \frac{F}{A} = \frac{\pi r^2 \cdot p}{2\pi r \cdot h} = \frac{pr}{2h}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2}\sigma_t$$

Таким чином у випадку балона навантажений внутрішнім тиском, колові напруження будуть у два рази більшими. Але модель балону не буде завжди справджуватися. У випадку бандажу , який не має бокового днища , осьові напруження будуть відсутніми. Саме тому у подальшому при розгляді напруженого стану системи «труби-композитний бандаж» будемо розглядати лише колові напруження.

Розглянемо випадок двошарової циліндричної оболонки. Так як двошарова оболонка має два шари різної товщини та різних за властивістю матеріалів, рівняння Лапласа у формі (2.1а) не підходить для двошарової оболонки. Саме тому будемо застосовувати рівняння (2.1) у формі колових та поздовжніх зусиль

$$\frac{N_t}{r_t} + \frac{N_m}{r_m} = p \qquad (2.1b)$$

Рівняння $(2.1b)$ можливо спростити приймаючи $r_m = \infty$ як у випадку тонкостінного балону:

$$N_t = pr = \frac{pD}{2} \qquad (2.2)$$

Зусилля що передається поясом циліндра, прямо пропорційне тиску та радіусу оболонки. Рівняння (2.2) описує сумарне зусилля що передається оболонкою під тиском. Але окремі шари цієї оболонки будуть нести окремо свою частину навантаження.

Для визначення НДС оболонки складеної з двох матеріалів , розглянемо загальний випадок навантаження пластин з різних за характеристиками матеріалів. Умови рівноваги та сумісності деформацій для цієї моделі такі:

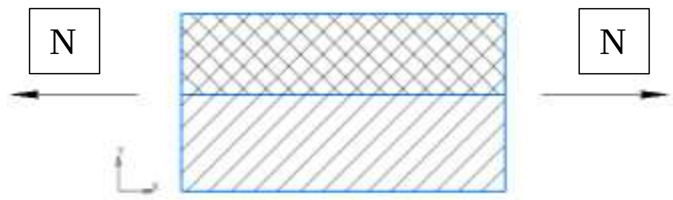


Рис. 8 Зображення двошарової тонкостінної оболонки навантаженої розтягуючим зусиллям

$$\begin{cases} N_t = N_s + N_c \\ \Delta l = \Delta l_s = \Delta l_c \end{cases}$$

N_1 – зусилля в пластині 1

N_2 – зусилля в пластині 2

l – довжина пластини

В розгорнутому вигляді система буде мати вигляд (2.3)

$$\begin{cases} N = \sigma_s t_s + \sigma_c t_c \\ \dfrac{lN_s}{E_s t_s w} = \dfrac{lN_c}{E_c t_c w} \end{cases} \qquad (2.3)$$

w - ширина пластин

l – довжина пластин

E_1- модуль пружності пластини 1

E_2- модуль пружності пластини 2

Величину w можливо скоротити аби працювати лише з товщинами пластин. Такая дія є актуальною при розгляді циліндру рівномірно навантаженого тиском. Зусилля в такому випадку будемо розглядати як розподілене з розмірністю Н/м (ньютон на метр)

Розв'язком системи лінійних рівнянь відносно зусиль N_1 та N_2 буде система рівнянь (2.4)

$$\begin{cases} N_s = \sigma_s t_s = N \dfrac{E_s t_s}{E_c t_c + E_s t_s} \\ N_c = \sigma_c t_c = N \dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \end{cases} \quad (2.4)$$

Наведені рівняння (2.2 – 2.4) достатньо для оцінки НДС системи «труба-композитний бандаж» під дією внутрішнього тиску.

Застосовуючи рівняння (2.2 – 2.4) можливо вивести формули наведені у стандартах ISO та ASME [14] та [15]. Тоді виразимо зусилля у бандажі через рівняння рівноваги (2.3) та у формі відношення жорсткостей (2.4) :

$$\begin{cases} \sigma_c t_c = N - \sigma_s t_s \\ \sigma_c t_c = N \dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \end{cases} \quad (2.5)$$

Таким чином товщину композиту можна визначити через відому товщину труби. Розв'язком цієї системи відносно товщини композиту t_c є рівняння: (2.6)

$$t_c = \frac{E_s t_s}{E_c}\left(\frac{N}{\sigma_s t_s} - 1\right)$$

Враховуючи рівняння 2.2, розкриваючи сумарне зусилля у двошаровій оболонці N, отримаємо остаточне рівняння (2.6).

$$tcw = \frac{D}{2}\frac{E_s}{E_c}\frac{1}{\sigma_{sy}}\left(p_d - p_s\right) \quad (1.1)$$

$$t_c = \frac{E_s}{E_c}\left(\frac{pD}{2\sigma_s} - t_s\right) \quad (2.6)$$

σ_{sy}- границя текучості труби

p_d – граничий тиск для неукріпленої труби.

Порівняємо формулу 2.6 з теоретичними даними з стандарту ДСТУ/ISO ([14]), а саме формулою 1.1.

Аби побачити подібність цих формул , виразимо товщину труби t_s з формули 2.6 через максимально допустимий тиск p_s який за відомих діаметру труби D та товщини труби t_s (a) призведе до пластичного деформування, тобто напружень рівня границі текучості σ_{sy}:

$$\left[\begin{array}{l} N = \dfrac{p_s D}{2} \\ N = \sigma_{sy} t_s \end{array}\right. \qquad (a) \qquad\qquad t_s = \frac{p_s D}{2\sigma_{sy}} \qquad (b)$$

Підставивши (b) до (2.6) рівняння набуде ідентичного вигляду до рівняння (1.1) . Ця аналітична формула описує товщину композиту необхідну для забезпечення рівня напружень менше такого що відповідає границі текучості.

3.2. Задача Ламе

Задача про напружено деформований стан у товстостінному циліндрі за постійним по довжині внутрішнім там зовнішнім тиску більш відома як задача Ламе. Розглянемо розв’язок для товстостінного циліндру для більш ширшого розуміння НДС що виникає в трубі.

Позначення: r_1 та r_2 – внутрішній та зовнішні радіуси

r – поточний радіус

p_1 та p_2 – внутрішній та зовнішній тиски

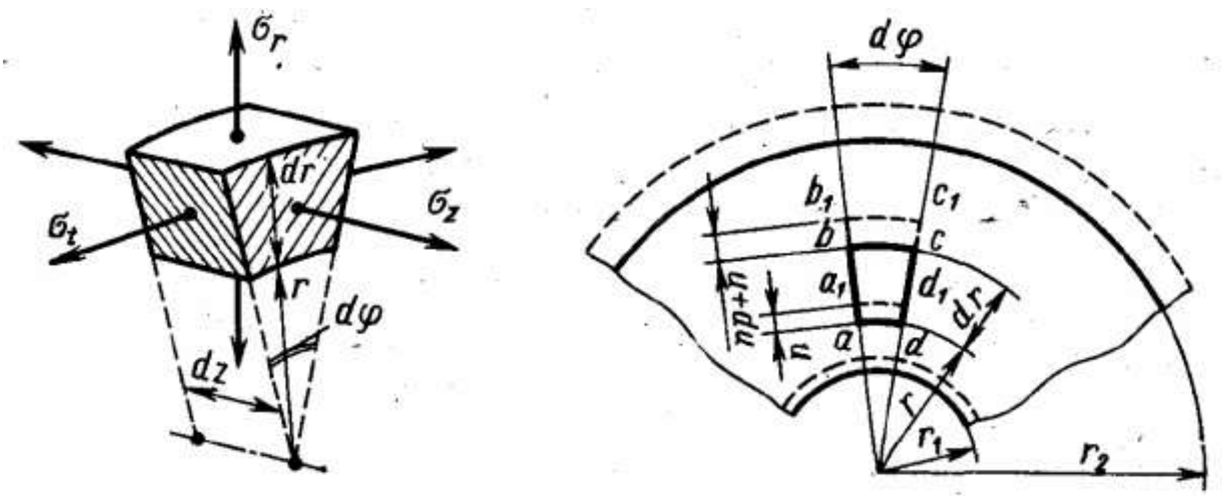


Рис. 9 Рівновага елементу труби та головні напруження

В загальному випадку, розв’язок задачі необхідно почати з розгляду рівноваги елементу труби. На гранях елементу діють три нормальні напруження. σ_r – радіальне напруження у відцентровому напрямку, σ_t – напруження у коловому (дотичному) напрямку та осьове напруження σ_z. Через наявність осьової симетрії дотичні напруження відсутні. Складемо рівняння рівноваги для елемента труби.

$$\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr}\right)(r+dr)d\theta - \ \sigma_r r d\theta - 2\sigma_t \cos\left(90 - \frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

Спрощуючи:

$$\sigma_r dr d\theta + \frac{d\sigma_r}{dr}(r+dr)d\theta - \sigma_t d\theta = 0$$

Використовуючи диференціювання добутку функцій:

$$\frac{d(\sigma_r r)}{dr} - \sigma_t = 0 \qquad (2.7)$$

Для отримання рівнянь для повного розв’язку розглянемо деформацію елемента об’єму. Колову відносну деформацію знайдемо порівнюючи відносне видовження у коловому напрямку між точками a та d.

$$\varepsilon_r = \frac{dU}{dr} \tag{2.8 a}$$

$$\varepsilon_t = \frac{(a_1 - a)d\theta}{ad\theta} = \frac{(r + U)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{U}{r} \tag{2.8 b}$$

Виражаючи у рівняннях відносних деформацій U через добуток $\varepsilon_t r$, запишемо рівняння сумісності деформації (2.8).

$$\frac{d(\varepsilon_t r)}{dr} - \varepsilon_r = 0 \tag{2.8}$$

Рівняння (2.8) є рівнянням нерозривності , так як деформація матеріалу без виникнення розривів можлива лише у випадку коли деформації ε_r та ε_tзадовольняють цьому рівнянню.

Третьою необхідною умовою є зв’язок деформацій та напружень, виражений через загальний закон Гука.

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E} - \mu\frac{\sigma_t}{E} - \mu\frac{\sigma_z}{E} + \alpha t \tag{2.9}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E} - \mu\frac{\sigma_r}{E} - \mu\frac{\sigma_z}{E} + \alpha t \tag{2.10}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \mu\frac{\sigma_r}{E} - \mu\frac{\sigma_t}{E} + \alpha t \tag{2.11}$$

Модуль пружності будемо вважати постійним, та будемо вважати що температурний режим буде сталим та не будемо враховувати температурне розширення.

Оскільки усі величини вздовж циліндра постійні, поперечні перетини залишаються паралельними при деформації, то відповідно деформація ε_z від радіуса r не залежить.

$$\frac{d\varepsilon_z}{dr} = 0 \tag{2.12}$$

Виразимо σ_z з рівняння (2.11).

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \mu\sigma_r + \mu\sigma_t - \alpha E t \tag{2.13}$$

Підставимо вирази (2.9) (2.10) (2.13) у рівняння сумісності деформацій (2.8). Виконуючи необхідні перетворення з врахуванням умови рівноваги

(2.7) та умову не залежності осьових деформацій від радіусу (2.12). Після всіх перетворень ми отримаємо рівняння сумісності деформацій у напруженнях.

$$\frac{d(\sigma_t r)}{dr} - \sigma_r = -\frac{E\alpha r}{(1-\mu)}\frac{dt}{dr} \tag{2.14}$$

Рівняння (2.7) та (2.14) створюють систему двох рівнянь з двома невідомими (2.15). З рівняння (2.7) виразимо σ_t (2.16):

$$\begin{cases} \dfrac{d(\sigma_r r)}{dr} - \sigma_t = 0 \\ \dfrac{d(\sigma_t r)}{dr} - \sigma_r = -\dfrac{E\alpha r}{(1-\mu)}\dfrac{dt}{dr} \end{cases} \quad (2.15) \qquad \sigma_t = r\frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r \quad (2.16)$$

Підставивши σ_t в рівняння (2.14) можливо отримати диференційне рівняння другого порядку відносно напруження σ_r :

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + 3\frac{1}{r}\frac{d\sigma_r}{dr} = -\frac{E\alpha r}{(1-\mu)}\frac{dt}{dr} \tag{2.17}$$

Розв'язок цього рівняння повністю описує напружено деформований стан для товстостінного циліндру за різних граничних умов.

Застосуємо рівняння 2.17 для розв'язку задачі про трубу навантаженої внутрішнім тиском. Будемо вважати що труба навантажується за сталою температурою. Таким чином рівняння 2.17 перетворюється у однорідне.

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + 3\frac{1}{r}\frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \tag{2.18}$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд :

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \tag{2.19}$$

Де А та В – невизначені константи.

Підставивши в рівність 2.16 розв'язок для σ_r (2.19), можливо визначити другу компоненту головних напружень:

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} \tag{2.20}$$

Третю компоненту напружень σ_z можна визначити з рівняння 2.13 з врахуванням розв'язків 2.18 та 2.19.

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \mu 2A = const$$

Так як осьове напруження є постійним, та виникає лише при дії осьової сили на циліндр, σ_z можна виразити через формули типового осьового навантаження.

$$\sigma_z = \frac{N}{F} = \frac{N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \tag{2.21}$$

Де r_1 та r_2 − внутрішній та зовнішні радіуси

Розглянемо переміщення довільної точки перетину циліндра. Відповідно до рівнянь (2.8 b) та (2.10) :

$$U = \varepsilon_t r = r\left(\frac{\sigma_t}{E} - \mu\frac{\sigma_r}{E} - \mu\frac{\sigma_z}{E}\right)$$

З врахуванням виразів (2.18) та (2.19):

$$U = A\frac{1-\mu}{E}\cdot r + B\frac{1+\mu}{E}\cdot\frac{1}{r} - \mu\frac{\sigma_z}{E}r \tag{2.22}$$

Таким чином , для того щоб розв'язати задачу необхідно вирішити наступну систему з заданими граничними умовами (ГУ):

$$\begin{cases} \sigma_r = A - \dfrac{B}{r^2} \\ \sigma_t = A + \dfrac{B}{r^2} \\ U = A\dfrac{1-\mu}{E}r + B\dfrac{1+\mu}{E}\cdot\dfrac{1}{r} - \mu\dfrac{\sigma_z}{E}r \end{cases} \tag{2.23}$$

ГУ для випадку труби навантаженої тиском :

$$r = r_1, \qquad \sigma_r = -p_1 \quad (2.24a)$$

$$r = r_2, \qquad \sigma_r = -p_2 \quad (2.24b)$$

Розв'язок системи відносно коефіцієнтів A та B для заданих граничних умов:

$$A = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \qquad B = \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \tag{2.25}$$

Знаючи розв'язок для заданих граничних умов (2.24a) та (2.24b), систему (2.23) можна переписати у вигляді формул Ламе.

$$\sigma_r = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) r^2} \tag{2.26}$$

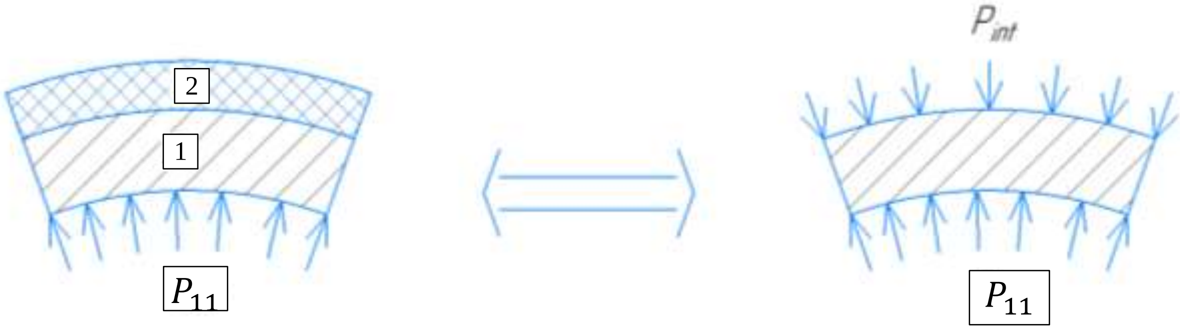
$$\sigma_t = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) r^2} \tag{2.27}$$

$$U = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\cdot\frac{(1-\mu)}{E}r + \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2 (1-\mu)}{(r_2^2 - r_1^2)E}\cdot\frac{1}{r} - \frac{\mu\sigma_z r}{E} \tag{2.28}$$

3.3. Задача Ламе для двошарової конструкції

У випадку коли розглядається труба укріпленої бандажем розв'язана попередньо задача ускладниться. Кожний окремий шар має розв'язуватися як окрема задача.

Розглянемо цей випадок:



Як і для звичайної труби , будемо розглядати навантаження внутрішнім тиском. За основу візьмемо розв'язки (2.22) (2.25). У такій системі при навантаженні буде виникати взаємний тиск між компонентами. Цей тиск буде виникати через те що компоненти мають різні характеристики жорсткості. Для розв'язку такого випадку приймемо , що при навантажені, поверхні компонентів не розривні. Іншими словами переміщення поверхонь контакту однакові.

$$U_{1R} \;=\; U_{2R} \tag{2.29}$$

де $R -$ радіус контакту труби та бандажу.

Розгорнемо цю умову через рівняння (2.22)

$$A_1\frac{1-\mu_1}{E_1}\cdot r + B_1\frac{1+\mu_1}{E_1}\cdot\frac{1}{r} - \mu_1\frac{\sigma_z}{E_1}R = A_2\frac{1-\mu_2}{E_2}\cdot r + B_2\frac{1+\mu_2}{E_2}\cdot\frac{1}{r} - \mu_2\frac{\sigma_z}{E_2}R$$

Контактний тиск у цій умові зашитий у коефіцієнти A та B. Перепишемо їх в загальному випадку у декілька кроків. Індекс i означає відповідний компонент з рис. Коефіцієнти $\widetilde{A_\iota}$ та $\widetilde{B_\iota}$ введемо для зручності, для того щоб поєднати вирази (2.25) A та B з параметрами матеріалів :

$$\widetilde{A_\iota} = A_i\frac{1-\mu_1}{E_1} \qquad \widetilde{A_\iota} = \frac{1-\mu_i}{E_i}\cdot\frac{r_{1i}^2 p_{1i} - r_{2i}^2 p_{2i}}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2} \tag{2.30}$$

$$\widetilde{B_\iota} = B_i\frac{1+\mu_1}{E_1} \qquad \widetilde{B_\iota} = \frac{1+\mu_i}{E_i}\cdot\frac{r_{1i}^2 r_{2i}^2 (p_{1i} - p_{2i})}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2} \tag{2.31}$$

Для того аби в подальшому виразити контактний тиск, відокремимо тиски у виразах (2.30-2.31).

$$\widetilde{A_\iota} = \left\{\frac{1-\mu_i}{E_i}\cdot\frac{1}{r_{1i}^2}\cdot\frac{1}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2}\right\}\left(p_{1i} - k_i^2 p_{2i}\right) \quad \text{, де } k_i = \frac{r_{2i}}{r_{1i}}$$

$$\widetilde{B_\iota} = \left\{\frac{1+\mu_i}{E_i}\cdot\frac{r_{1i}^2 r_{2i}^2}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2}\right\}\left(p_{1i} - p_{2i}\right)$$

Вирази у фігурних дужках не містять змінних, тому їх можливо замінити. Для спрощення введемо нові змінні α_i та β_i.

$$\widetilde{A_\iota} = \alpha_i p_{1i} - k_i^2 \alpha_i p_{2i} \qquad (2.32)$$

$$\alpha_i = \frac{1-\mu_i}{E_i}\cdot\frac{1}{r_{1i}^2}\cdot\frac{1}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2} \qquad (2.34)$$

$$\widetilde{B_\iota} = \beta_i p_{1i} - \beta_i p_{2i} \qquad (2.33)$$

$$\beta_i = \frac{1+\mu_i}{E_i}\cdot\frac{r_{1i}^2 r_{2i}^2}{r_{2i}^2 - r_{1i}^2} \qquad (2.35)$$

Після всіх перетворень запишемо умову (2.29) застосовуючи позначення (2.30-2.35)

$$\alpha_1 p_{11} R - \alpha_1 k_1^2 p_{12} R + \frac{\beta_1 p_{11}}{R} - \frac{\beta_1 p_{12}}{R} - \frac{\mu_1 \sigma_{1z}}{E_1} R$$
$$= \alpha_2 p_{21} R - \alpha_2 k_2^2 p_{22} R + \frac{\beta_2 p_{21}}{R} - \frac{\beta_2 p_{22}}{R} - \frac{\mu_2 \sigma_{2z}}{E_2} R \qquad (2.36)$$

Тиск $p_{12} = p_{21}$ це тиск p_{int} , що виникає між компонентами 1-2. Виконуючи не складні алгебраїчні перетворення отримаємо вираз для p_{int}.

$$p_{int} = \frac{p_{11}[\alpha_1 R + \frac{\beta_1}{R}] + p_{22}[\alpha_2 k_2^2 R + \frac{\beta_2}{R}] + R[\frac{\mu_2 \sigma_{2z}}{E_2} - \frac{\mu_1 \sigma_{1z}}{E_1}]}{R(\alpha_1 k_1^2 R + \alpha_2) + \frac{1}{R}(\beta_1 + \beta_2)} \qquad (2.37)$$

Вираз (2.37) визначає тиск між компонентами. Застосовуючи розв’язок (2.26-2.28) можна визначити окремо НДС труби, навантаженої внутрішнім тиском p_{11} та зовнішнім тиском p_{int}. Знаючи контактний тиск також достатньо для розрахунку НДС композитного бандажу за тонкостінною теорією так як на зовнішній компонент діє лише внутрішній тиск p_{int}. Використання безмоментної теорії оболонок значно спрощує кількість розрахунків без значної втрати точності, особливо за малої товщини бандажу.

4. Числове моделювання

Методи розрахунків запропоновані у розділах 3.1 та 3.3 розглядають тонкостінну та товстостінну інтерпретацію задачі про двошарову трубу. Аналітичний розв’язок досить точно може описувати напружений стан труби укріпленою бандажем. Але ці розв’язки , попри їх можливого застосування для ремонту пошкоджень, не враховують геометричних параметрів. Ці методи використовують для розрахунку лише залишкову товщину труби.

Таким чином для випадку реальної труби , пошкодження буде представляти собою геометричну нелінійність у поздовжньому та поперечному напрямку. Для більш детального розгляду впливу геометричних параметрів змоделюємо трубу використовуючи числове моделювання . Модель створювалась за допомогою методу скінченних елементів . Усі роботи були виконані за допомогою Ansys Workbench.

4.1. Критерії числового моделювання

Числове моделювання МКЕ є зручним способом для моделювання складних та різноманітних задач механіки та теорії пружності. Можливості цього методу дуже широкі і певну конкретну задачу можливо моделювати різними підходами, з використанням різних за видом та властивостями скінченних елементів. Наступні критерії були визначальними при моделюванні труби укріпленою композитом:

- Простота моделі
- Можливість параметризації
- Можливість відтворення аналітичного результату

4.2. Пласка МКЕ модель

Відповідно до Розділу 3, для труби навантаженої рівномірно внутрішнім тиском, напружено-деформований стан не залежить від координати у поздовжньому напрямку. Іншими словами, напруження є постійними не залежно від перетину труби.

Таким чином, можливо застосовувати пласку модель перетину труби укріпленою композитом. Пласка модель має переваги над об’ємною в її простоті та швидкості розрахунку. Відтворення повної об’ємної моделі потребує на порядок більше часу та обчислювальних ресурсів. У випадку параметризації та обчислення серії числових експериментів, швидкість розрахунку при забезпечені його точності є вирішальною.

Рис. 10 Сітка скінченних елементів для четвертої частини труби

Так як труба є симетричним тілом з коловою симетрією, для більшого спрощення має сенс використовувати цю властивість. Замість моделювання повного перерізу змоделюємо четверть, з використанням граничних умов що будуть відтворювати відкинуті частини перетину.

Труба та бандаж моделюються різними за властивостями елементами. Між трубою та бандажем визначено контактні умови. Так як для встановлення бандажу використовуються клеї на основі епоксидної смоли, контакт будемо вважати жорстким ,що в налаштуваннях Ansys позначається як Bonded. Навантажуватися труба буде внутрішнім тиском P. Крайові умови зображені на рисунку

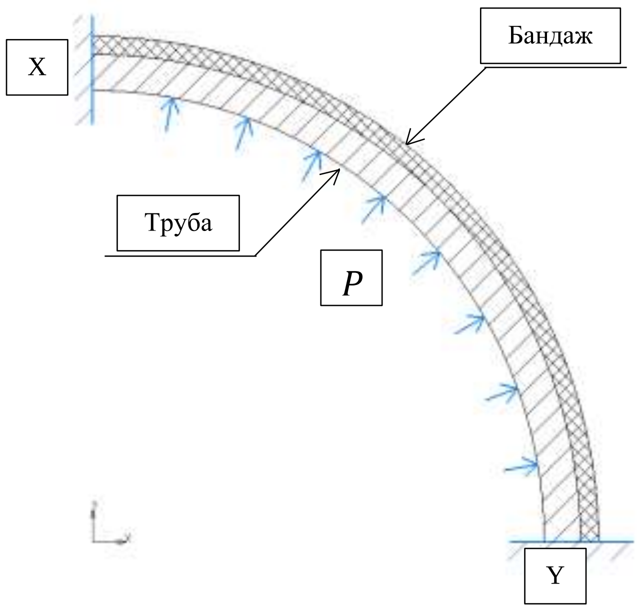


Рис. 11 Схема граничних умов та навантаження

X – закріплення у напрямку x.

Y – закріплення у напрямку y.

$P -$ внутрішній тиск.

Наступним кроком після обрання граничних умов , важливо підібрати правильну фізичну модель скінченного елементу. В теорії пружності розглядають два можливих напружено деформованих стана що розглядаються при розв'язанні пласкої задач. Для обрання оптимального варіанту , варто розглянути обидва випадки.

4.2.1. Плаский деформований стан

Плаский деформований стан може характеризуватися деформаціями $\varepsilon_{\alpha\beta}(x_1, x_2)$ $(\alpha, \beta = 1, 2)$ за нульових деформаціях ε_{j3} $(j = 1, 2, 3)$. Це означає що такий стан може реалізовуватися за відсутності осьового навантаження. Звідси випливає , що переміщення також мають біти функціями лише x_1, x_2. Складові переміщення будуть виражатися в загальному вигляді формулами

$$U_a = U_a(x_1, x_2), \qquad \alpha = 1, 2, \qquad U_3 = const \qquad (3.1)$$

Знаючи переміщення, можливо виразити деформації

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_\alpha}{\partial \beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial \alpha}\right) \quad (3.2) \qquad \alpha = 1, 2\,; \quad \beta = 1, 2\,;$$

$$\varepsilon_{j3} = 0 \qquad (3.3) \qquad j = 1, 2, 3\;;$$

Зв'язок напружень та деформацій можливо виразити через співвідношення Гука виражене через коефіцієнти Ламе:

$$\sigma_{\alpha\beta} = 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta} + \lambda\delta_{\alpha\beta}e, \qquad e = \frac{\partial U}{\partial \alpha}, \qquad a, \beta = 1, 2 \qquad (3.4)$$

$$\sigma_{33} = \lambda e, \qquad \sigma_{13} = 0, \qquad \sigma_{23} = 0 \qquad (3.5)$$

Так як деформації $\varepsilon_{\alpha\beta}$ залежить лише від x_1, x_2 то і напруження $\sigma_{\alpha\beta}$ залежать лише від цих змінних. Просумуємо напруження σ_{11} та σ_{22}. В результаті отримаємо наступне співвідношення.

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = 2(\lambda + \mu)e \qquad (3.6)$$

Виражаючи праву частину , можливо записати зв'язок між нормальними напруженнями.

$$\sigma_{33} = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \qquad (3.7)$$

У випадку дії масових сил, то два перших рівнянь рівноваги будуть мати вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial \beta} + X_\alpha = 0, \qquad X_\alpha = X_\alpha(x_1, x_2), \qquad \alpha, \beta = 1, 2 \qquad (3.8)$$

А третє рівняння рівноваги

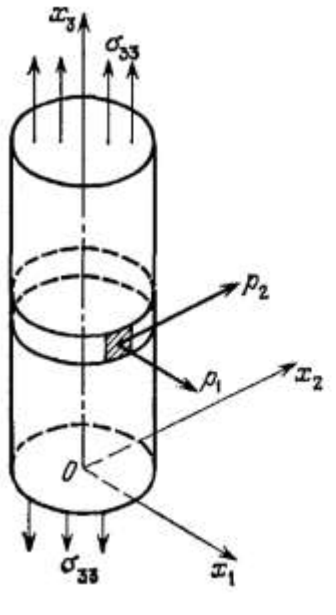
$$\frac{\partial\, \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial\, \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial\, \sigma_{33}}{\partial x_3} + \mathrm{X}_3 = 0 \qquad (3.9)$$

Складова X_3 має бути рівною нулю, (так як існування цієї складової викликало би напруження та деформації, що залежать від x_3, що також протирічить прийнятим гіпотезам). Напруження σ_{13} та σ_{23} дорівнюють 0, а σ_{33} не залежать від x_3.

Якщо напруження у рівнянні (3.8) виразити через деформації, а деформації через переміщення, то в результаті можливо отримати систему двох рівнянь в переміщеннях:

$$\begin{cases} \mu\nabla_1^2 U_\alpha + (\lambda+\mu)\dfrac{\partial e}{\partial \alpha} + X_\alpha = 0 \\ e = \dfrac{\partial U_1}{\partial x_1} + \dfrac{\partial U_2}{\partial x_2}, \quad \alpha = 1,2 \end{cases} \tag{3.10}$$

Всі рівняння (3.1 – 3.10) аналітично описують плаский деформований стан системи. Простою інтерпретацією цих формул є стан нескінченно довгий пружний циліндр , що по бокам вздовж циліндра навантажений поверхневими силами $p = (p_1, p_2, 0)$. Так як сили розподілені вздовж циліндра , складові p_1 p_2 не залежать від x_3.



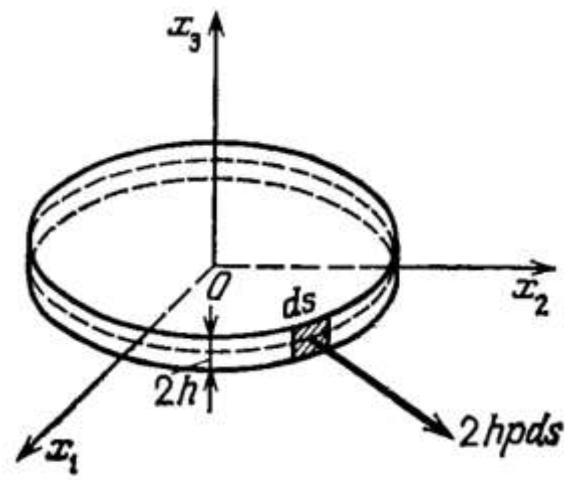
Застосування припущення про плаский деформований стан має сенс , так як труба навантажена рівномірно вздовж всієї довжини.

Але використання цього припущення протирічить можливому осьовому зусиллю що виникає в трубі через внутрішній тиск. Пласкиий деформований стан припускає що у площині будуть виникати нормальні зусилля σ_{33} що залежать від двох інших компонент головного тензора напружень. Співвідношення між цими напруженнями встановлюється рівнянням (3.7).

Використання плаского деформованого стану є одною з можливих властивостей скінченного елемента. Ansys Workbench реалізує цю властивість як опцію Plane Strain.

4.2.2. Плаский напружений стан

Розглянемо скінченний циліндр, висота якого порівняно мала порівняно з розмірами його перетину. Такий циліндр також називається диском. Вісь такого циліндра паралельна вісі x_3 , а бокова поверхня навантажена поверхневими силами p_1 та p_2, розподілених симетрично відносно серединної поверхні $x_3 = 0$. Нехай на диск діють масові сили $X = (X_1, X_2, 0)$, також розподілених симетрично відносно площини $x_3 = 0$.



Площини $x_3 = \pm h$ вільні від навантаження. В результаті навантаження , у циліндру буде виникати трьохосний напружений стан σ_{ij} $(i, j = 1, 2, 3)$ як функція змінних x_1, x_2, x_3.

Роздивимося третє рівняння рівноваги

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = 0 \qquad (3.11)$$

Розглянемо це рівняння в границях тонкого диску , при $x_3 \ \rightarrow \ +h$ та при $x_3 \ \rightarrow \ -h$. Так як було прийнято що на бокових поверхнях $x_3 = \pm h$ не має навантаження, усі компоненти напружень у рівнянні (3.11) $\sigma_{j3}(x_1, x_2, \pm h)$ =0. Таким чином похідна від осьового напруження σ_{33} у рівнянні (3.11) буде дорівнювати 0.

Так як на обох поверхнях $x_3 = \pm h$, осьове напруження $\sigma_{33} = 0$, то у випадку плаского напруженого стану не буде помилкою прийняти що у кожній точці диску осьове напруження $\sigma_{33}(x_1, x_2, x_3) = 0$. Таке твердження має сенс та справджується у тонких дисках.

Використання плаского напруженого стану є одною з можливих властивостей скінченного елемента. Ansys Workbench реалізує цю властивість як опцію Plane Stress.

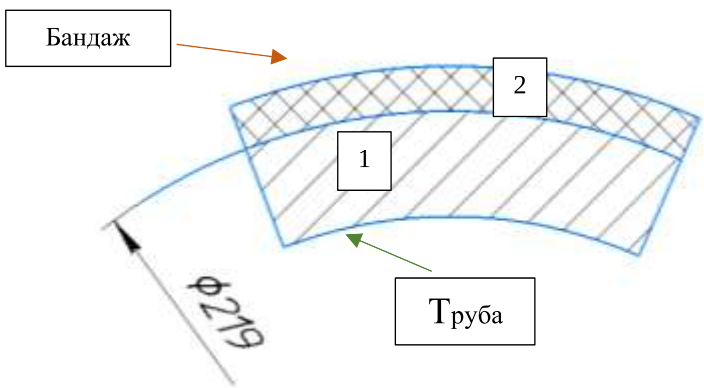
Саме плаский напружений стан (Plane Stress) має більший сенс застосування у випадку коли необхідно порівнювати аналітичні результати з Розділу 3 з МСЕ. Задача Ламе має змогу оцінити вплив осьового напруження на НДС циліндра, але розрахунок методом скінченних елементів у пласкій постановці має змогу лише обчислити σ_{33} ,що визначається теорією плаского деформованого стану та рівнянням (3.7). Використання плаского напруженого стану (Plane Stress) дозволяє рівноцінно порівнювати аналітичні результати та МСЕ приймаючи припущення що осьові навантаження труби відсутні.

4.3. Моделювання укріпленої труби без пошкоджень

4.3.1. Числовий розрахунок

Для перевірки та підтвердження аналітичних моделей з Розділу 3 ми проведемо серію числових експериментів використовуючи принципи МСЕ моделювання описаних в Розділі 4.2.2. Так як буде застосовуватися модель Plane Stress, товщину труби у поздовжньому напрямку будемо розглядати як 1 мм. В такому випадку розглядання плаского напруженого стану диску можна порівнювати з трубою у якій відсутні осьові навантаження. Розглянемо параметри спільні для всіх розрахунків. Для порівняння саме впливу різних товщин бандажу та труби, попередньо було обрано , що зовнішній діаметр труби буде 219 мм.

$D = 219$ мм, – зовнішній діаметр труби



За матеріал труби обиралася сталь, як один з найпоширеніших матеріалів трубопроводів. Матеріал композиту може варіюватися в залежності від виду волокон що застосовуються для ремонту, та кута укладки цих волокон.

Також композити є анізотропними матеріалами, тому у загальному випадку мова може йти про властивості у коловому напрямку та поздовжньому. Так як задача розглядається у площині труби, і НДС визначається від дії внутрішнього тиску , композит можливо моделювати як ізотропний матеріал. Модулем пружності в такому випадку буде обиратися модуль у коловому напрямку. Модуль обирався орієнтовно як композит на основі вуглецевих волокон що застосовуються в уже існуючих статтях та дослідженнях.

Сталева труба $E_s = E_1 = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.3$

Композитний бандаж $E_c = E_2 = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.275$

Розрахунки на цьому етапі виконувалися без врахування пластичних деформацій у трубі. Також припускається , що композитний матеріал деформується пружно.

Розрахунки моделі труби з бандажем виконувалися відповідно до плану повного факторного експерименту 3^3//27: три фактори на трьох рівнях, всього 27 дослідів. Змінними факторами що змінювалися на трьох рівнях було обрано: товщина бандажу t_c: 2 мм, 5 мм, 8 мм, товщину труби t_s: 4 мм, 8 мм, 12 мм, та внутрішній тиск в трубі p : 2 МПа, 16 МПа, 30 МПа.

Отримаємо результати у вигляді головних напружень у трубі та композитному бандажі. Так як напруження є неоднорідними вздовж товщини , у таблицю одночасно винесено максимальне та середнє значення напружень у перетині.

Табл. 2 Результат розрахунку за числовим повним факторним експериментом труби укріпленою бандажем

№	Натуральні значення факторів			Труба		Бандаж	
				σ_{princ}		σ_{princ}	
	t_c	t_s	p	max	avg	max	avg
1	2	4	2	42.06	41.26	23.20	22.99
2	5	4	2	31.92	31.31	17.56	17.16
3	8	4	2	25.90	25.39	14.20	13.68
4	2	8	2	23.25	22.33	12.31	12.20
5	5	8	2	19.79	19.00	10.44	10.20
6	8	8	2	17.31	16.61	9.10	8.77
7	2	12	2	15.90	14.93	8.05	7.98
8	5	12	2	14.22	13.34	7.17	7.01
9	8	12	2	12.91	12.09	6.48	6.24
10	2	4	16	336.47	330.08	185.64	183.95
11	5	4	16	255.40	250.48	140.45	137.27
12	8	4	16	207.19	203.15	113.58	109.47
13	2	8	16	185.99	178.65	98.47	97.57
14	5	8	16	158.36	152.03	83.52	81.63
15	8	8	16	138.52	132.91	72.78	70.15
16	2	12	16	127.21	119.41	64.42	63.83
17	5	12	16	113.76	106.70	57.35	56.05
18	8	12	16	103.24	96.75	51.83	49.95
19	2	4	30	630.87	618.90	348.07	344.90
20	5	4	30	478.87	469.65	263.34	257.38
21	8	4	30	388.49	380.90	212.96	205.26
22	2	8	30	348.72	334.97	184.63	182.95
23	5	8	30	296.92	285.05	156.60	153.05
24	8	8	30	259.72	249.20	136.46	131.53
25	2	12	30	238.52	223.90	120.79	119.69
26	5	12	30	213.30	200.06	107.54	105.10
27	8	12	30	193.58	181.41	97.17	93.66

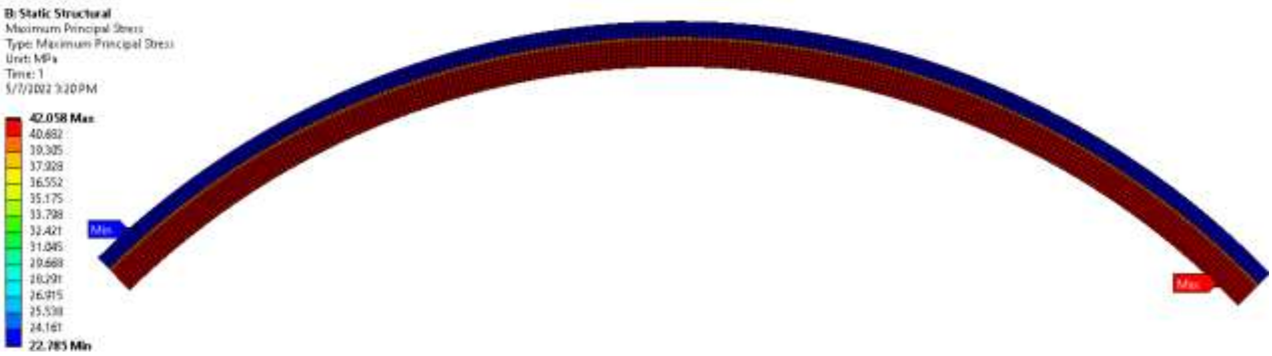


Рис. 12 Результат максимальних головних напружень tc=2 мм, ts=4 мм, p=2 мПа

4.3.2. Аналітичний розрахунок

Отримані результати у розділі 4.3.1 обраховані числовим методом тому потребують верифікації. Метою процесу верифікації є порівняння отриманого результату з аналітичними розв'язками. Задля цього проведемо серію розрахунків використовуючи аналітичні моделі з розділу 3.1 та 3.3.

Безмоментна теорія оболонок

Застосуємо формулу 2.4 з розділу 3.1 для знаходження напружень у кожному з елементів системи «труба-бандаж».

$$\begin{cases} N_c = \sigma_c t_c = N\dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \\ N_s = \sigma_2 t_2 = N\dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \end{cases}$$

Наведемо для прикладу розв'язок для випадку №1 з Табл. 2.

$D = 219$ мм —зовнішній діаметр труби $t_c = 2$ мм — товщина бандажу $t_s = 4$ мм —товщина труби $p = 2$ мПа —внутрішній тиск $E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.275$ $E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.3$	$N = \dfrac{pD}{2} = \dfrac{2\text{ мПа} * 219\text{ мм}}{2} = 219\text{ мПа} \cdot \text{мм}$ $\sigma_s = N\dfrac{E_s t_s}{E_c t_c + E_s t_s} = 42.54\text{ мПа}$ $\sigma_c = N\dfrac{E_c}{E_c t_c + E_s t_s} = 24.42\text{ мПа}$

Порівняємо отриманий результат з числовим розрахунком наведеним у Табл. 2. Порівняємо відносну похибку. Для консервативності , будемо порівнювати з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\text{max\_p}}$ та $\sigma_c^{\text{max\_p}}$.

$$\delta\sigma_s = \frac{\sigma_s - \sigma_s^{\text{max\_p}}}{\sigma_s^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{42.54 - 42.06}{42.06} \cdot 100 = 1.15\%$$

$$\delta\sigma_c = \frac{\sigma_c - \sigma_c^{\text{max\_p}}}{\sigma_c^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{24.42 - 23.20}{23.20} \cdot 100 = 5.23\%$$

Результат для всіх рівнів повного факторного експерименту наведено у

Розрахунок контактного тиску

Також для порівняння , обчислимо цю задачу використовуючи рівняння 2.37 з розділу 3.3.

$$p_{int} = \frac{p_{11}[\alpha_1 R + \frac{\beta_1}{R}] + p_{22}[\alpha_2 k_2^2 R + \frac{\beta_2}{R}] + R[\frac{\mu_2 \sigma_{2z}}{E_2} - \frac{\mu_1 \sigma_{1z}}{E_1}]}{R(\alpha_1 k_1^2 R + \alpha_2) + \frac{1}{R}(\beta_1 + \beta_2)}$$

Задача спрощується , якщо припустити що осьове навантаження відсутнє, тобто $\sigma_z = 0$.

Також будемо вважати що труба навантажена лише внутрішнім тиском p_{11}. Тобто $p_{22} = 0$.

Таким чином рівняння 2.37 можливо спростити до :

$$p_{int} = \frac{p_{11}[\alpha_1 R + \frac{\beta_1}{R}]}{R(\alpha_1 k_1^2 R + \alpha_2) + \frac{1}{R}(\beta_1 + \beta_2)}$$

Розв'яжемо це рівняння для випадку №1 з Табл. 2.

$D = 219$ мм – зовнішній діаметр труби
$R = 109.5$ мм
–зовнішній радіус труби
$t_c = 2$ мм – товщина бандажу
$t_s = 4$ мм – товщина труби
$p = 2$ мПа – внутрішній тиск
$r_{1s} = 105.5$ мм –*внутрішній радіус труби*
$r_{2s} = 109.5$ мм – *зовнішній радіус труби*
$r_{1c} = 109.5$ мм – *внутрішній радіус бандажу*
$r_{2c} = 111.5$ мм – *зовнішній радіус бандажу*
$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_c = 0.275$
$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

$$\alpha_1 = \alpha_s = \frac{1-\mu_s}{E_s} \cdot \frac{1}{r_{1s}^2} \cdot \frac{1}{r_{2s}^2 - r_{1s}^2}$$

$$\alpha_2 = \alpha_c = \frac{1-\mu_c}{E_c} \cdot \frac{1}{r_{1c}^2} \cdot \frac{1}{r_{2c}^2 - r_{1c}^2}$$

$$\beta_1 = \beta_s = \frac{1+\mu_s}{E_s} \cdot \frac{r_{1s}^2 r_{2s}^2}{r_{2s}^2 - r_{1s}^2}$$

$$\beta_2 = \beta_c = \frac{1+\mu_c}{E_c} \cdot \frac{r_{1c}^2 r_{2c}^2}{r_{2c}^2 - r_{1c}^2}$$

$$k_1 = k_s = \frac{r_{2s}}{r_{1s}}$$

$$p_{int} = \frac{p\,(\alpha_s R + \frac{\beta_s}{R})}{R(\alpha_s k_s^2 R + \alpha_c) + \frac{1}{R}(\beta_s + \beta_c)} = 0.42 \text{ мПа}$$

Отримане значення тиску , є лише проміжним розв’язком так як ще залишаються невідомими напруження що виникають у трубі та бандажі. Подальший розв’язок можливо виконувати як і за безмоментною теорією , так і задачею Ламе.

Безмоментна теорія оболонок з використанням контактного тиску

Знаючи контактний тиск p_{int} можливо розрахувати напруження використовуючи формулу Лапласа 2.1 та 2.2 з Розділу 3.1.

На відміну від розділу 3.1 де при розгляді подвійної оболонки всі розрахунки виконувались для радіусу R, що є зовнішнім радіусом труби, у випадку індивідуального обчислення кожного з елементів є сенс використовувати дійсні серединні радіуси. Застосування радіусу контакту труби та бандажу буде мати похибку

$$N = \sigma t = pr$$

Колове зусилля N є прямо пропорційним до радіусу оболонки та внутрішньому тиску. Очевидно що застосування зовнішнього радіусу при обчислені НДС труби буде мати завищене значення, та занижені для бандажу якщо використовувати його внутрішній радіус.

Також виходячи цього ефект буде проявлятися за збільшення товщини елементів системи «труба-бандаж».

$R = 109.5$ мм – зовнішній радіус труби
$t_c = 2$ мм – товщина бандажу
$t_s = 4$ мм – товщина труби
$p = 2$ мПа – внутрішній тиск
$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_c = 0.275$
$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

Серединні радіуси елементів системи:

$$r_s = R - \frac{t_s}{2} = 107.5 \text{ мм}$$

$$r_c = R + \frac{t_c}{2} = 110.5 \text{ мм}$$

У випадку труби , діючий на оболонку тиск запишемо як суму внутрішнього і зовнішнього.

$$p_s = p - p_{int} = 2 - 0.42 = 1.58 \text{ мПа}$$

На бандаж у такому випадку буде діяти виключно контактний тиск $\mathrm{p_{int}}$.

$$p_c = p_{int} = 0.42 \text{ мПа}$$

Напруження у трубі

$$\sigma_s = \frac{p_s r_s}{t_s} = \frac{1.58 \cdot 107.5}{4} = 42.35 \text{ мПа}$$

Напруження у бандажі:

$$\sigma_{\text{c}} = \frac{p_{\text{c}} r_{\text{c}}}{t_{\text{c}}} = \frac{0.42 \cdot 110.5}{2} = 23.44 \text{ мПа}$$

Порівняємо відносну похибку. Як і у попередньому випадку будемо порівнювати з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\text{max\_p}}$ та $\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}$ з Табл. 2.

$$\delta\sigma_s = \frac{\sigma_s - \sigma_s^{\text{max\_p}}}{\sigma_s^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{42.35 - 42.06}{42.06} \cdot 100 = 0.69\%$$

$$\delta\sigma_{\text{c}} = \frac{\sigma_{\text{c}} - \sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}}{\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{23.44 - 23.20}{23.20} \cdot 100 = 1.03\%$$

Задача Ламе з використанням контактного тиску

Використовуючи контактний тиск p_{int} можливо розрахувати напруження використовуючи формулу Лапласа 2.1 та 2.2 з Розділу 3.1. Але для цього випадку для розрахунку окремих складових «труба-бандаж» ми застосуємо розрахунок за допомогою задачі Ламе з розділу 3.2.

В такому випадку при розгляді труби , крайовими умовами будуть відомий внутрішній тиск p_{11} та контактний тиск p_{int}.

$R = 109.5$ мм – зовнішній радіус труби

$t_c = 2$ мм – товщина бандажу

$t_s = 4$ мм – товщина труби

$p_{s1} = 2$ мПа – внутрішній тиск

$p_{s2} = 0.42$ мПа – зовнішній контактний тиск

$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_c = 0.275$

$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

$$A_s = \frac{p_{s1} r_1^2 - p_{s2} r_{s2}^2}{r_{s2}^2 - r_{s1}^2}$$

$$B_s = \frac{(p_{s1} - p_{s2}) r_{s1}^2 r_{s2}^2}{r_{s2}^2 - r_{s1}^2}$$

Так я колові напруження є більшими за радіальні саме їх використаємо для розрахунку. Найбільші колові напруження будуть виникати на внутрішній поверхні що відповідає внутрішньому радіусу $r_{1s} = 105.5$ мм

$$\sigma_{s\_t}(105.5\text{ мм}) = A_s + \frac{B_s}{r^2} = 41.94\text{ мПа}$$

Розрахуємо напруження що виникають у бандажі. Найбільші напруження будуть виникати також на внутрішній поверхні бандажа, що відповідає радіусу контакту труби та бандажу $r_{1c} = r_{2s} = 109.5$ мм.

$$\sigma_{c\_t}(109.5\text{ мм}) = A_c + \frac{B_c}{r^2} = 23.45\text{ мПа}$$

Порівняємо з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\text{max\_p}}$ та $\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}$ з Табл. 2.

$$\delta\sigma_{s\_t} = \frac{\sigma_{s\_t} - \sigma_s^{\text{max\_p}}}{\sigma_s^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{41.94 - 42.06}{42.06} \cdot 100 = -0.29\%$$

$$\delta\sigma_{\text{c}\_t} = \frac{\sigma_{\text{c}\_t} - \sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}}{\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{23.45 - 23.20}{23.20} \cdot 100 = 1.04\%$$

4.3.3. Аналіз похибки

У попередньому розділі було розглянуто різні можливі варіанти аналітичного розв'язку задачі про двошарову оболонку. Так як у нас є данні числових дослідів з Табл. 2 для всіх рівнів можливо провести розрахунки та побудувати регресійні моделі для оцінки впливу обраних факторів на похибку розрахунків. Функцією відгуку буде похибка аналітичних методів застосованих у розділі 4.3.3.

В загальному вигляді регресійна модель буде записуватися як поліном :

$$\hat{y} = \log_{10} e_c = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4z_1 + b_5z_2 + b_6z_3 +$$

$$+b_7x_1x_2 + b_8x_2x_3 + b_9x_3x_1 + b_{10}x_1z_2 + b_{11}x_1z_3 + b_{12}x_2z_1 + b_{13}x_2z_3 +$$

$$b_{14}x_3z_1 + b_{15}x_3z_2 + b_{16}z_1z_2 + b_{17}z_2z_3 + b_{18}z_3z_1 + b_{19}x_1x_2x_3 + b_{20}z_1x_2x_3 +$$

$$+b_{21}x_1z_2x_3 + b_{22}x_1x_2z_3 + b_{23}x_1z_2z_3 + b_{24}z_1x_2z_3 + b_{25}z_1z_2x_3 + b_{26}z_1z_2z_3, (4.1)$$

де $x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3$- кодовані значення факторів t_c, t_s та P, які визначаються за наступними формулами:

$$x_1 = 1/3 \cdot (t_c - 5),\ z_1 = 3 \cdot (x_1^2 - 2/3);$$

$$x_2 = 1/4 \cdot (t_s - 8),\ z_2 = 3 \cdot (x_2^2 - 2/3);$$

$$x_3 = 1/14 \cdot (p - 16),\ z_3 = 3 \cdot (x_3^2 - 2/3).$$

Використання кодованих величин дозволить ефективно порівнювати окремі регресійні моделі та порівнювати вплив обраних факторів на функцію відгуку. В Табл. 2 обраний план експерименту відповідає критеріям D-оптимальності та ортогональності.

Табл. 3 Натуральні та кодовані значення факторів та функції відгуку числового повного факторного експерименту з трубою укріпленою бандажем

№	Натуральні значення факторів			Кодовані значення факторів						Функція відгуку					
										1 - Тонкостінна модель		2 – Гібридна модель		3 – Задача Ламе	
	t_c	t_s	p	x_1	x_2	x_3	z_1	z_2	z_3	$\delta_1\sigma_s$	$\delta_1\sigma_c$	$\delta_2\sigma_s$	$\delta_2\sigma_c$	$\delta_3\sigma_s$	$\delta_3\sigma_c$
1	2	4	2	-1	-1	-1	1	1	1	1.15%	5.23%	0.69%	1.03%	-0.29%	1.04%
2	5	4	2	0	-1	-1	-2	1	1	-0.15%	4.22%	2.22%	0.25%	-0.20%	0.30%
3	8	4	2	1	-1	-1	1	1	1	-1.58%	3.05%	3.96%	-0.26%	0.14%	-0.13%
4	2	8	2	-1	0	-1	1	-2	1	2.97%	11.64%	0.67%	1.16%	-0.16%	1.17%
5	5	8	2	0	0	-1	-2	-2	1	1.78%	10.77%	2.09%	0.33%	-0.13%	0.38%
6	8	8	2	1	0	-1	1	-2	1	0.45%	9.73%	3.64%	-0.30%	0.10%	-0.18%
7	2	12	2	-1	1	-1	1	1	1	4.75%	18.73%	0.48%	1.21%	-0.11%	1.22%
8	5	12	2	0	1	-1	-2	1	1	3.57%	17.92%	1.83%	0.37%	-0.09%	0.42%
9	8	12	2	1	1	-1	1	1	1	2.28%	16.95%	3.25%	-0.33%	0.07%	-0.20%
10	2	4	16	-1	-1	0	1	1	-2	1.15%	5.23%	0.69%	1.03%	-0.29%	1.04%
11	5	4	16	0	-1	0	-2	1	-2	-0.15%	4.22%	2.22%	0.25%	-0.20%	0.30%
12	8	4	16	1	-1	0	1	1	-2	-1.58%	3.05%	3.96%	-0.26%	0.14%	-0.13%
13	2	8	16	-1	0	0	1	-2	-2	2.97%	11.64%	0.67%	1.16%	-0.16%	1.17%
14	5	8	16	0	0	0	-2	-2	-2	1.78%	10.77%	2.09%	0.33%	-0.13%	0.38%
15	8	8	16	1	0	0	1	-2	-2	0.45%	9.73%	3.64%	-0.30%	0.10%	-0.18%
16	2	12	16	-1	1	0	1	1	-2	4.75%	18.73%	0.48%	1.21%	-0.11%	1.22%
17	5	12	16	0	1	0	-2	1	-2	3.57%	17.92%	1.83%	0.37%	-0.09%	0.42%
18	8	12	16	1	1	0	1	1	-2	2.28%	16.95%	3.25%	-0.33%	0.07%	-0.20%
19	2	4	30	-1	-1	1	1	1	1	1.15%	5.23%	0.69%	1.03%	-0.29%	1.04%
20	5	4	30	0	-1	1	-2	1	1	-0.15%	4.22%	2.22%	0.25%	-0.20%	0.30%
21	8	4	30	1	-1	1	1	1	1	-1.58%	3.05%	3.96%	-0.26%	0.14%	-0.13%
22	2	8	30	-1	0	1	1	-2	1	2.97%	11.64%	0.67%	1.16%	-0.16%	1.17%
23	5	8	30	0	0	1	-2	-2	1	1.78%	10.77%	2.09%	0.33%	-0.13%	0.38%
24	8	8	30	1	0	1	1	-2	1	0.45%	9.73%	3.64%	-0.30%	0.10%	-0.18%
25	2	12	30	-1	1	1	1	1	1	4.75%	18.73%	0.48%	1.21%	-0.11%	1.22%
26	5	12	30	0	1	1	-2	1	1	3.57%	17.92%	1.83%	0.37%	-0.09%	0.42%
27	8	12	30	1	1	1	1	1	1	2.28%	16.95%	3.25%	-0.33%	0.07%	-0.20%

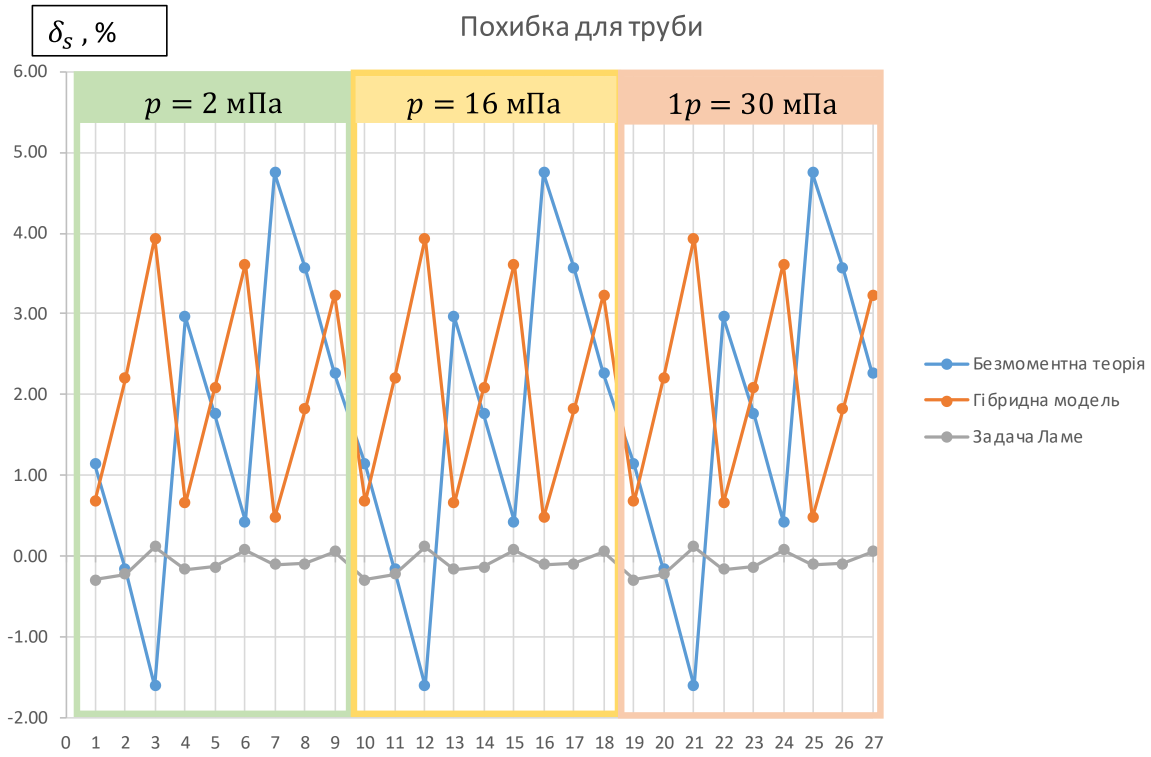


Рис. 13 Похибка між обчисленнями аналітичних моделей та числового методу для напружень труби у системі «труба-композитний бандаж»

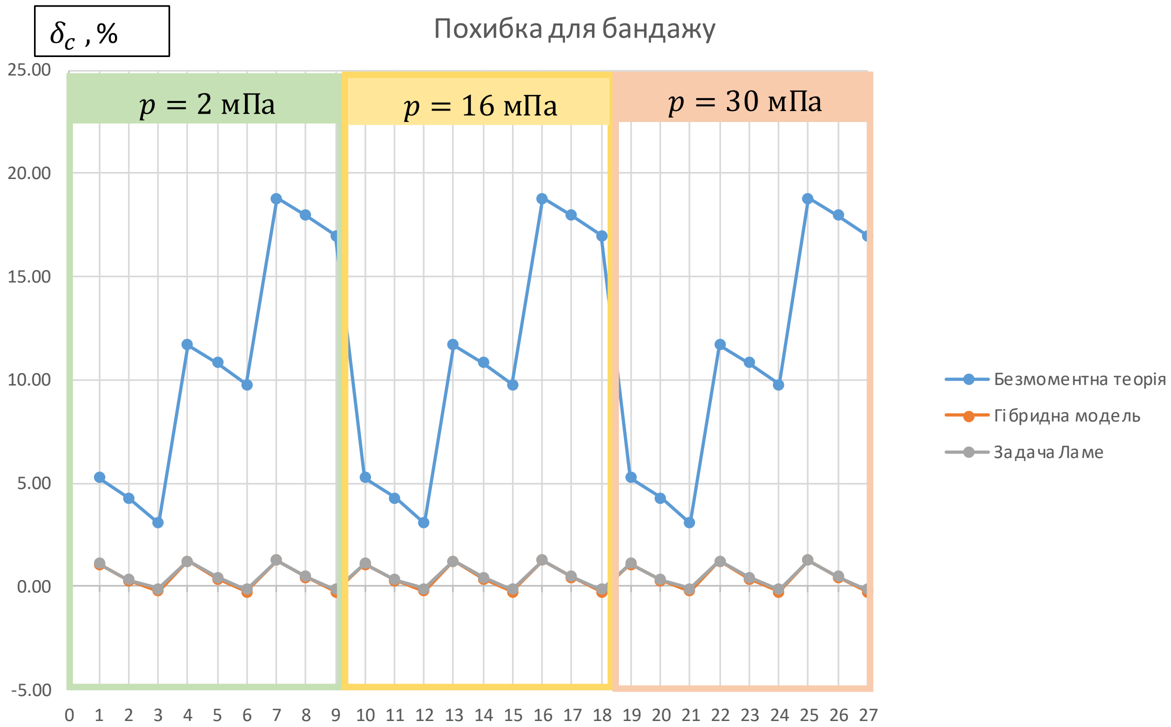


Рис. 14 Похибка між обчисленнями аналітичних моделей та числового методу для напружень бандажу у системі «труба-композитний бандаж»

За методом найменших квадратів були одержані оцінки коефіцієнтів для кожної регресійної моделі створеної за функціями відгуку з Табл. 3. За відсутності паралельних дослідів і дисперсії відтворення, для оцінки статистичної значущості коефіцієнтів регресії (4.1) була використана наступна процедура [16]. Спершу, всі коефіцієнти були проранжовані за параметром (4.2):

$$t_j = \frac{|b_j|}{s_Y\sqrt{c_{jj}}} \quad (4.2)$$

де b_j – значення відповідного j–го коефіцієнта рівняння регресії; s_Y – середнє квадратичне відхилення функції відгуку відносно загального середнього; c_{jj} – діагональні елементи матриці дисперсій-коваріацій.

Після ранжування з рівняння (4.1) було виключено ряд факторів. Виключення факторів здійснювалося до тих пір, поки зменшувалася залишкова дисперсія

$$s^2_{зал} = \frac{\sum_{i=1}^{27}(Y_i - \hat{y}_i)^2}{27 - l} \quad (4.3)$$

де l – кількість коефіцієнтів у рівнянні регресії. Після відкидання незначущих доданків отримали остаточне рівняння регресії:

За результатом виключення було отримано 6 регресійних моделей для оцінки похибки при розрахунку напружень труби та бандажу.

1 - Безмоментна теорія оболонок:

$$\delta_1\sigma_s = 1.619 - 1.289x_1 + 1.864x_2 - 0.022z_1 - 0.022z_2 + 0.065x_1x_2 - 0.013x_1z_2 + 0.002x_2z_1$$

$$\delta_1\sigma_c = 10.916 - 0.978x_1 + 6.849x_2 - 0.028z_1 + 0.101z_2 + 0.099x_1x_2 - 0.012x_1z_2 + 0.001x_2z_1$$

2 - Безмоментна теорія оболонок з контактним тиском:

$$\delta_2\sigma_s = 2.091 - 1.503x_1 - 0.218x_2 + 0.023z_1 - 0.020z_2 - 0.127x_1x_2 - 0.008x_1z_2 - 0.011x_2z_1$$

$$\delta_2\sigma_c = 0.383 - 0.715x_1 - 0.038x_2 + 0.035z_1 - 0.006z_2 - 0.063x_1x_2 - 0.009x_1z_2 - 0.010x_2z_1$$

3 - Задача Ламе з контактним тиском:

$$\delta_3\sigma_s = -0.074 - 0.144x_1 + 0.037x_2 - 0.033z_1 - 0.005z_2 - 0.064x_1x_2 - 0.009x_1z_2 + 0.010x_2z_1$$

$$\delta_3\sigma_c = -0.444 - 0.657x_1 + 0.038x_2 - 0.040z_1 - 0.000z_2 - 0.063x_1x_2 - 0.000x_1z_2 - 0.010x_2z_1$$

Проведемо аналіз отриманих моделей. Визначенні коефіцієнти перед факторами показують його вплив на функцію відгуку. Таким чином, при використанні кодованих факторів, значення коефіцієнтів показують вплив відповідного фактора на величину похибки. Так як отримані моделі створені на основі єдиного плану повного факторного експерименту Табл. 3, значення коефіцієнтів можливо порівнювати між моделями.

Найбільш цінним параметрами є вплив головних факторів X_i. Фактори старших порядків та взаємодій є менш показовими так як їх коефіцієнти є на порядок меншими. Оцінка коефіцієнта b_0 дозволяє оцінити загальну точність кожного метода. Коефіцієнт b_0 представляє собою середнє значення похибку коли фактори $X_1 = X_2 = X_3 = 0$, саме тому цей коефіцієнт є доволі показовим.

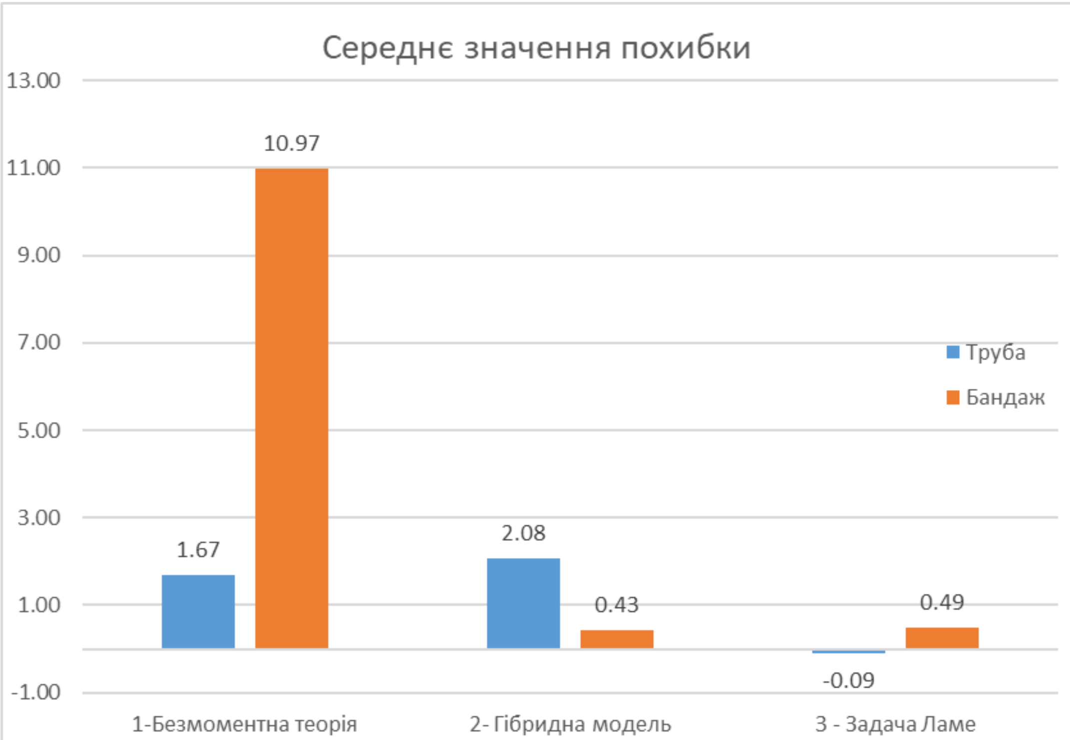


Рис. 15 Середня похибка аналітичних методів розрахунку системи «труби-композитний бандаж» укріпленою композитним бандажем

- Безмоментна модель має найбільшу похибку обчислення
- Найбільш точний результат при застосуванні задачі Ламе
- Гібридна модель дає задовільний результат при розрахунку всіх компонентів системи

Таким чином є очевидним що застосування лише безмоментної теорії оболонок дає завищену додатну похибку. Застосування теорії тонких оболонок є простою альтернативою задачі Ламе. Додатна похибка означає що методика розрахунку товщини композита буде давати додатковий запас міцності. Такий розрахунок буде консервативним. Також використання цієї теорії дає доволі адекватну оцінку НДС труби з середньою похибкою 1.691%.

Але безмоментна теорія дає дуже завищену середню похибку 10.916% при розрахунку НДС для композитного бандажу.

Розрахунок системи «труба-композитний бандаж» за допомогою попереднього обчислення контактного тиску дозволяє обчислювати НДС бандажу з набагато меншою похибкою. Виходячи з Рис. 15 найбільшою точністю для розрахунку труби є Задача Ламе з застосуванням контактного тиску. Для оцінки міцності бандажу , достатньо обчислити його лише за тонкостінною теорією з застосуванням контактного тиску.

Оцінимо вплив товщини бандажу на похибки аналітичних методів.

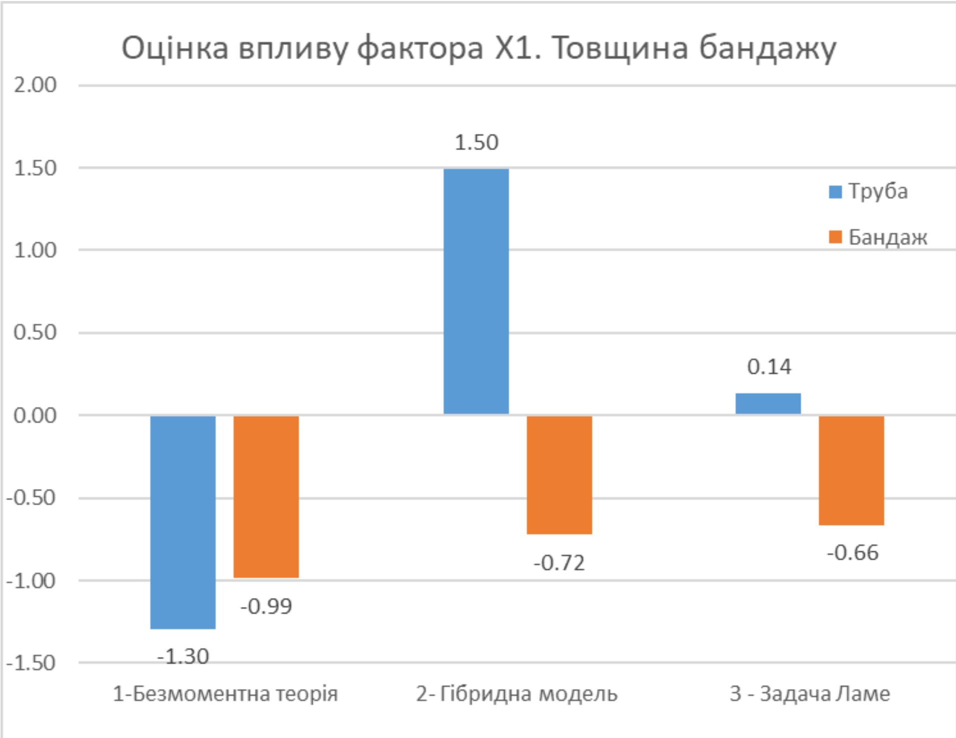


Рис. 16 Оцінка впливу товщини бандажу на похибку розрахунку «труби-композитний бандаж» укріпленою композитним бандажем

- Збільшення товщини бандажу знижує похибку безмоментної теорії
- Найменше товщина бандажу впливає на похибку Задачі Ламе

Збільшення товщини бандажу відповідно до Рис. 16 зменшує похибку безмоментної теорії оболонок. Це може бути поясненим тим що при збільшені товщини бандажу реальний середній радіус наближається до зовнішнього радіусу труби за яким відбувається розрахунок.

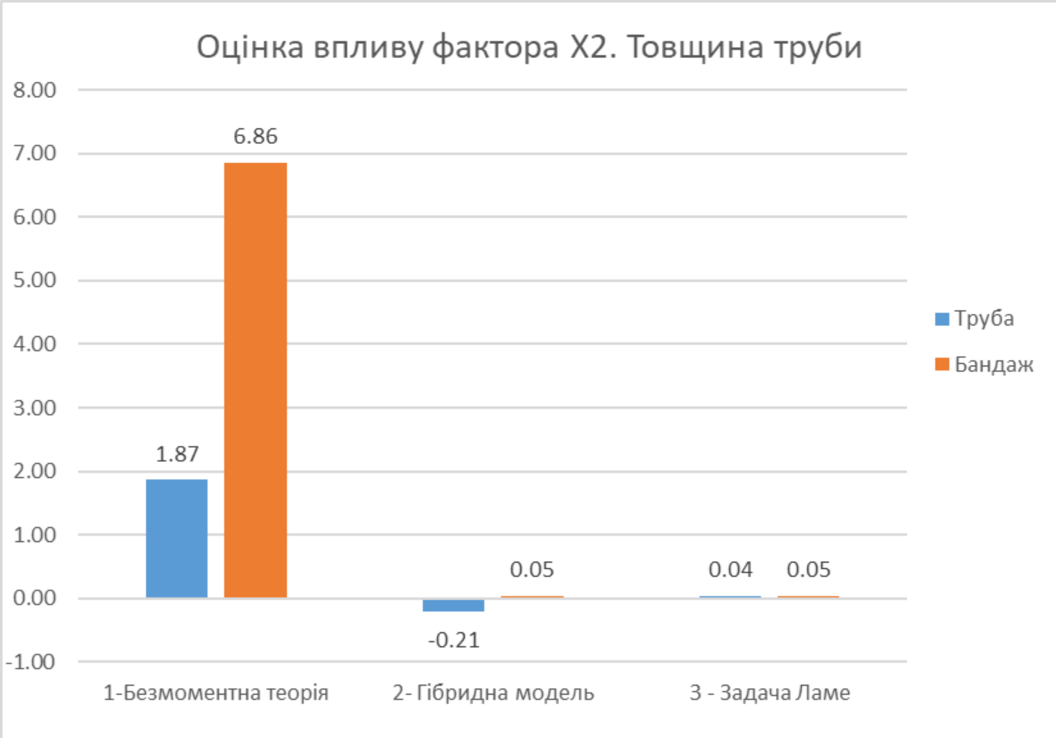


Рис. 17 Оцінка впливу товщини труби на похибку розрахунку «труби-композитний бандаж» укріпленою композитним бандажем

- Товщина труби однозначно збільшує похибку при застосуванні безмоментної теорії оболонок
- Вплив товщини труби майже не впливає на гібридну модель та Задачу Ламе.

Такий результат є прямим наслідком безмоментної теорії оболонок.

Колове зусилля залежить від внутрішнього тиску і радіусу оболонки. Тому при зростанні товщини труби за сталого зовнішнього радіусу буде призводити до зростання похибки. Але ця похибка завжди буде додатна, бо приведення до більшого зовнішнього радіусу буде завищувати дійсні зусилля у оболонці.

4.3.4. Висновки

- Застосування задачі Ламе дає найбільш точний результат з максимальними абсолютними похибками 0.3% та 1.28% відповідно для труби та бандажу.
- Найбільш грубий результат виникає за безмоментною теорією оболонок з максимальними абсолютними похибками 4.7% та 18.8% для відповідно труби та бандажу.
- Гібридна модель дає хороші результати поєднуючи кращі риси обох методів. Найбільша абсолютна похибка складає 3.9% та 1.27% для труби та бандажу відповідно.
- Безмоментна теорія дає хороші результати для розрахунку труби, але при оцінці міцності композиту результати будуть суттєво завищені.
- Застосування Гібридної моделі дозволяє точно оцінити НДС всіх елементів системи за безмоментною теорією після обчислення контактного тиску за методом описаним у розділі 4.3.2

4.4. Розрахунок труби з наявним пошкодженням

У попередньому розділі ми детально розглянули задачу визначення НДС труби навантаженої внутрішнім тиском та укріпленою композитним бандажем. Задача була розв’язана аналітично та чисельно. Результат порівнянь розрахунків показав що аналітичні методи мають хорошу збіжність у випадку розрахунку труби укріпленою композитним бандажем. Але безпосереднім інтересом є моделювання і розгляд випадку труби з наявним пошкодженням.

Рис. 18 Місцева корозія труби

Пошкодження труби можуть виникати в наслідок корозії. У цьому розділі ми розглянемо випадок локальної втрати товщини труби. У випадку ремонту трубопроводу , з наявним дефектом мають бути виконані підготовчі роботи перед безпосереднім проведенням ремонту

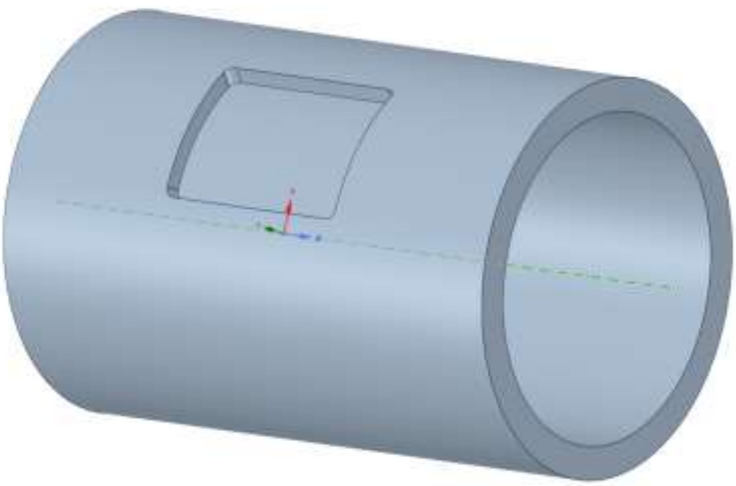
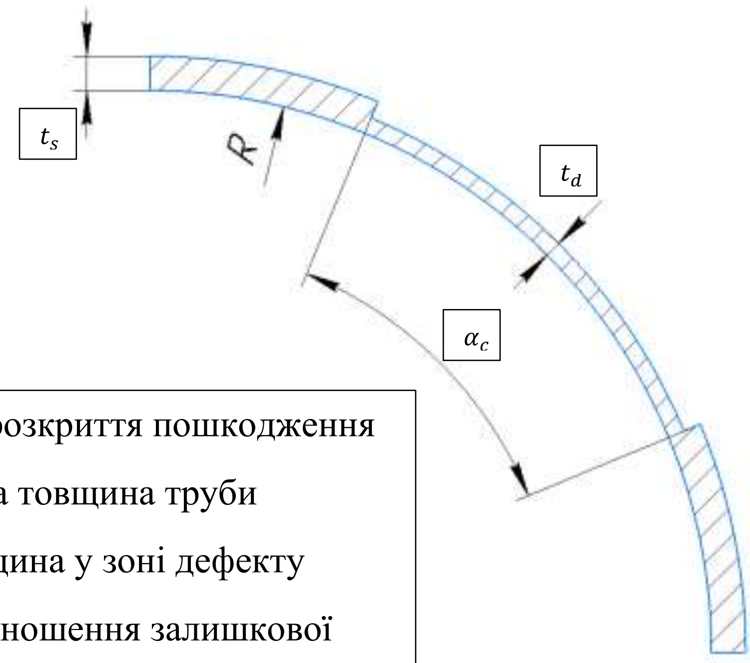


Рис. 19 Геометрична модель труби з дефектом

4.4.1. Неукріплена пошкоджена труба

Пошкодження труби можуть виникати в наслідок корозії. У цьому розділі ми розглянемо випадок локальної втрати товщини труби. У випадку ремонту трубопроводу , з наявним дефектом мають бути виконані підготовчі роботи перед безпосереднім проведенням ремонту. Виявлену ділянку корозії необхідно зачистити та зняти частину товщини труби у місці виявленої корозії. Але таким чином це призведе до виникнення локальної зміни геометрії труби. У цьому розділі буде розглянуто порівняння методів наведених у розділі 4.3 для випадку наявного локального стоншення труби . На Рис. 20зображено типовий випадок труби з місцевим потоншенням труби.



α_c – кут розкриття пошкодження

t_s – повна товщина труби

t_d – товщина у зоні дефекту

$k_{s/d}$ – відношення залишкової товщини до повної.

Рис. 20 Схема труби з наявним дефектом товщини

Розв’язок задачі труби з таким потоншенням буде складнішим через ефект випучення зони пошкодження під дією внутрішнього тиску.

Для наочності, використаємо підходи числового моделювання з розділу 4.2. В подальшому , буде розглянуто НДС пошкодженої труби укріпленої бандажем. Але для наочності обчислимо варіант труби лише наявним дефектом. Рис. 21 містить розв’язок фрагменту труби з наявним пошкодженням без укріплення.

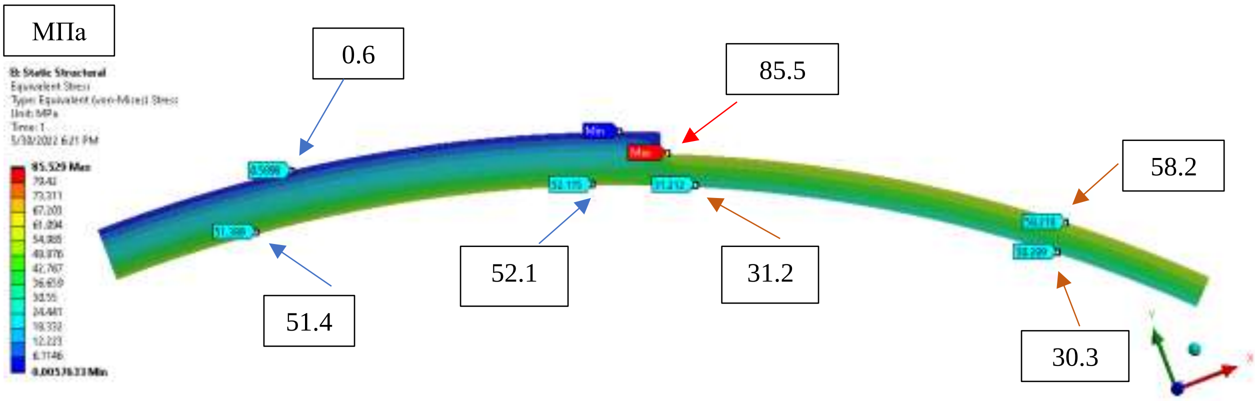


Рис. 21 Еквівалентні напруження у пошкодженій трубі без укріплення бандажем. $t_s = 4$; $k_d = 0.6$; $\alpha_c = 45$.

У випадку пошкодження. можливо моделювати лише сегмент труби. Так як у коловому напрямку труба симетрична відносно центру пошкодження, для моделювання достатньо розглянути лише половину від початкового сегменту (1/8 труби) . Для всіх подальших розрахунків буде відтворюватися кут розкриття пошкодження $\alpha_c = 45$.

З Рис. 21 видно що на відміну від випадку непошкодженої труби, локальна зміна товщини призводить до виникнення концентратора та перерозподілу напружень на ділянці зміни товщини труби.

Концентрація напружень буде залежати від геометричних характеристик переходу. Ця робота не ставить на меті розрахунок концентрацій напружень ,що виникають на стику дефекту та регулярної товщини труби.

Потоншення труби при навантажені буде викликати ефект випучення. Саме тому при ремонті трубопроводу необхідно встановлювати наповнювач для належної підтримки дефекту. У розділі 2.1.3 наведено методику для обчислення залишкової міцності труби , що враховує місцеве зменшення товщини труби та вигин ділянки дефекту. Більш детальне порівняння наявних теорій для розрахунку RSF (remaining strength factor) фактору залишкової міцності наведено у [1].

4.4.2. Числовий розрахунок пошкодженої труби укріпленої бандажем

У цьому розділі розглянемо детально моделювання труби укріпленою бандажем. На Рис. 22 зображено схему труби з дефектом укріпленою композитним бандажем.

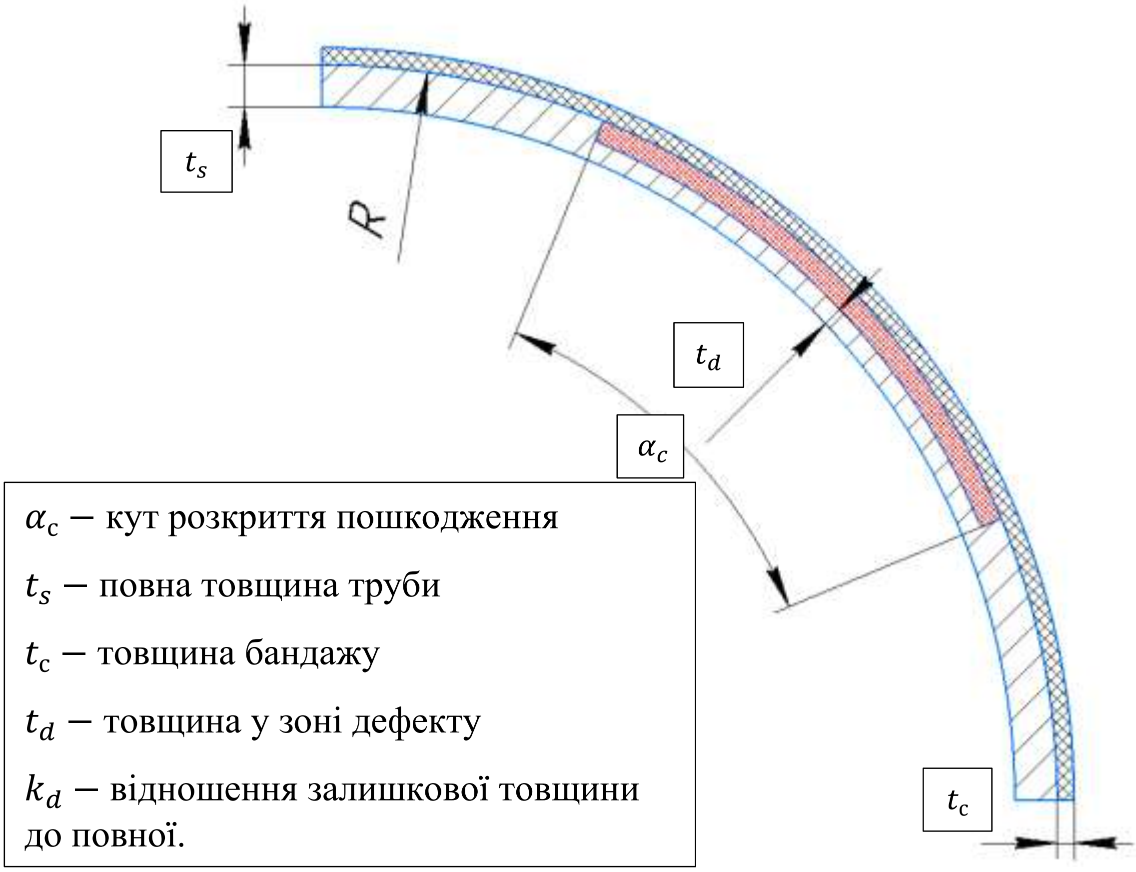


Рис. 22 Схема моделювання пошкодженої труби укріпленої бандажем

Цю схему буде реалізовано використовуючи схему повного факторного експерименту з розділу 4.3. Так як у розділі 4.3.3 було визначено що тиск не впливає на похибку між аналітичними та чисельними розрахунками, ми побудуємо інший план експерименту , приймаючи що для усіх випадків внутрішній тису дорівнює $p = 2$ мПа. $D = 219$ мм, – зовнішній діаметр труби

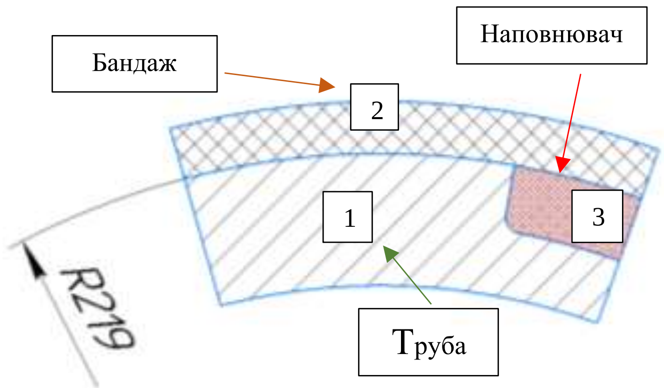


Рис. 23 Схема пошкодженої труби укріпленою композитним бандажем

Як і у розрахунках труби без пошкодження ,за матеріал труби також використовується сталь.

За стандартами [14], [15] для наповнювача обирають полімерний наповнювач. Через ефект випучування , його фізичні властивості будуть на пряму впливати на локальний згин зони дефекту. Для того аби не враховувати вигини спричинені властивостями наповнювача розглянемо експеримент у якому будемо вважати що наповнювач є сталевою пластиною. Таким чином властивості наповнювача на згин будуть подібними до властивостей самої труби.

Сталева труба	$E_s = E_1 = 2 \cdot 10^5$ мПа,	$\mu = 0.3$
Наповнювач (Сталь)	$E_s = E_1 = 2 \cdot 10^5$ мПа,	$\mu = 0.3$
Композитний бандаж	$E_c = E_2 = 1.148 \cdot 10^5$ мПа,	$\mu = 0.275$

При встановлені композитного ремонту , елементи системи скріплюються між собою клеєм. Для консервативного випадку , будемо вважати, що міцність клею на розрив на багато менша від міцності складових системи «труба - бандаж». Таким чином ми визначимо умови контакту між елементами системи.

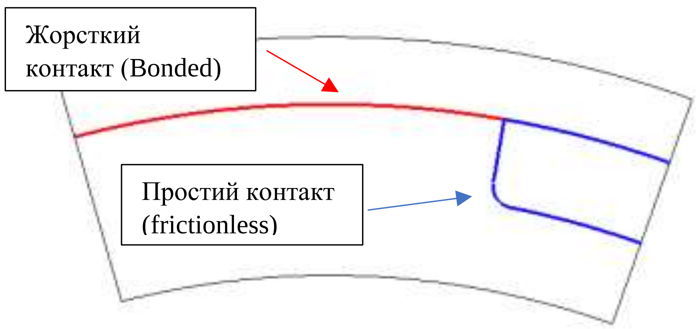


Рис. 24 Схема визначення контактних умов між елементами системи труба «труба-бандаж» за наявного пошкодження

Застосування простого контакту (frictionless), що забезпечує лише не проникання елементів між собою, дозволяє обмежити навантаження що проходить через зону дефекту. Метою цього є забезпечення не передачі колових зусиль наповнювачем.

Такий підхід має сенс, так як у методиках з розділів 2.1 та 3 не враховуються властивості наповнювача.

Розрахунки виконувалися без врахування пластичних деформацій у трубі. Також припускається , що композитний матеріал деформується пружно.

Створимо новий план розрахунку моделі труби з бандажем з врахуванням пошкодження. У новому плану повного факторного експерименту $3^3//27$: три фактори на трьох рівнях, всього 27 дослідів змінними факторами було обрано : товщину бандажу t_c: 4 мм, 6 мм, 8 мм, товщину труби t_s: 4 мм, 8 мм, 12 мм, та відношення залишкової товщини до товщини труби k_d : 0.2, 0.6, 1. План наведено у Табл. 4

Табл. 4 План чисельного експерименту для пошкодженої труби укріпленою бандажем

№	Натуральні значення факторів			Розв'язок σ_{princ} max	
	t_c	t_s	k_d	Труба	Бандаж
1	2	4	0.2	121.34	58.99
2	5	4	0.2	78.35	35.11
3	8	4	0.2	56.18	25.89
4	2	8	0.2	74.19	42.56
5	5	8	0.2	54.71	24.67
6	8	8	0.2	44.15	19.12
7	2	12	0.2	53.93	33.48
8	5	12	0.2	41.24	19.63
9	8	12	0.2	34.89	15.03
10	2	4	0.6	60.20	36.95
11	5	4	0.6	43.48	22.84
12	8	4	0.6	34.56	17.89
13	2	8	0.6	36.10	23.79
14	5	8	0.6	26.84	15.17
15	8	8	0.6	23.50	12.13
16	2	12	0.6	25.40	17.00
17	5	12	0.6	19.86	11.73
18	8	12	0.6	17.15	9.13
19	2	4	1	42.06	23.19
20	5	4	1	31.93	17.55
21	8	4	1	25.91	14.19
22	2	8	1	23.25	12.30
23	5	8	1	19.80	10.43
24	8	8	1	17.32	9.09
25	2	12	1	15.90	8.05
26	5	12	1	14.22	7.17
27	8	12	1	12.91	6.47

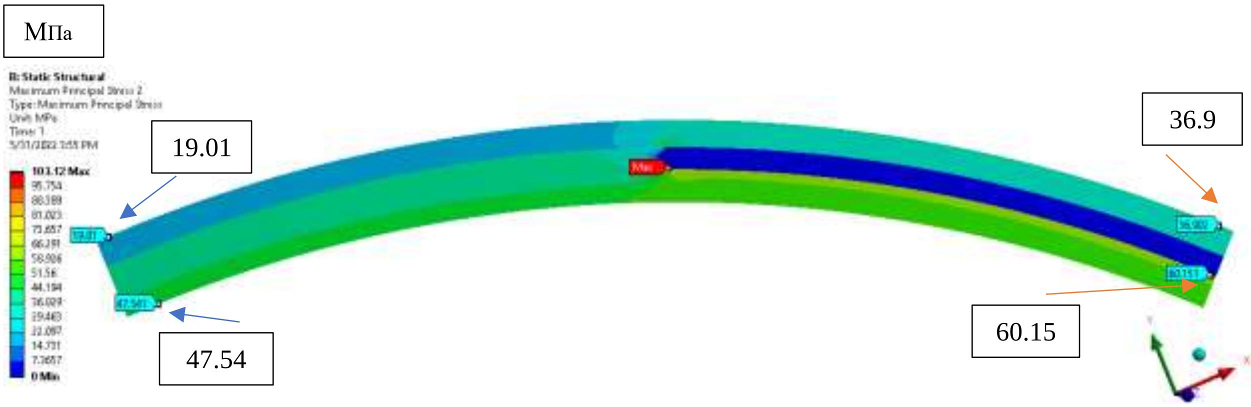


Рис. 25 Головні напруження у пошкодженій трубі з бандажем №10 $t_c = 2$; $t_s = 4$; $k_d = 0.6$;

Як і у випадку неукріпленої труби, у зоні зміни геометрії виникає концентратор напруження. Також видно що при переході з регулярної до зони ремонту виникає перерозподіл навантаження між пошкодженою трубою та бандажем.

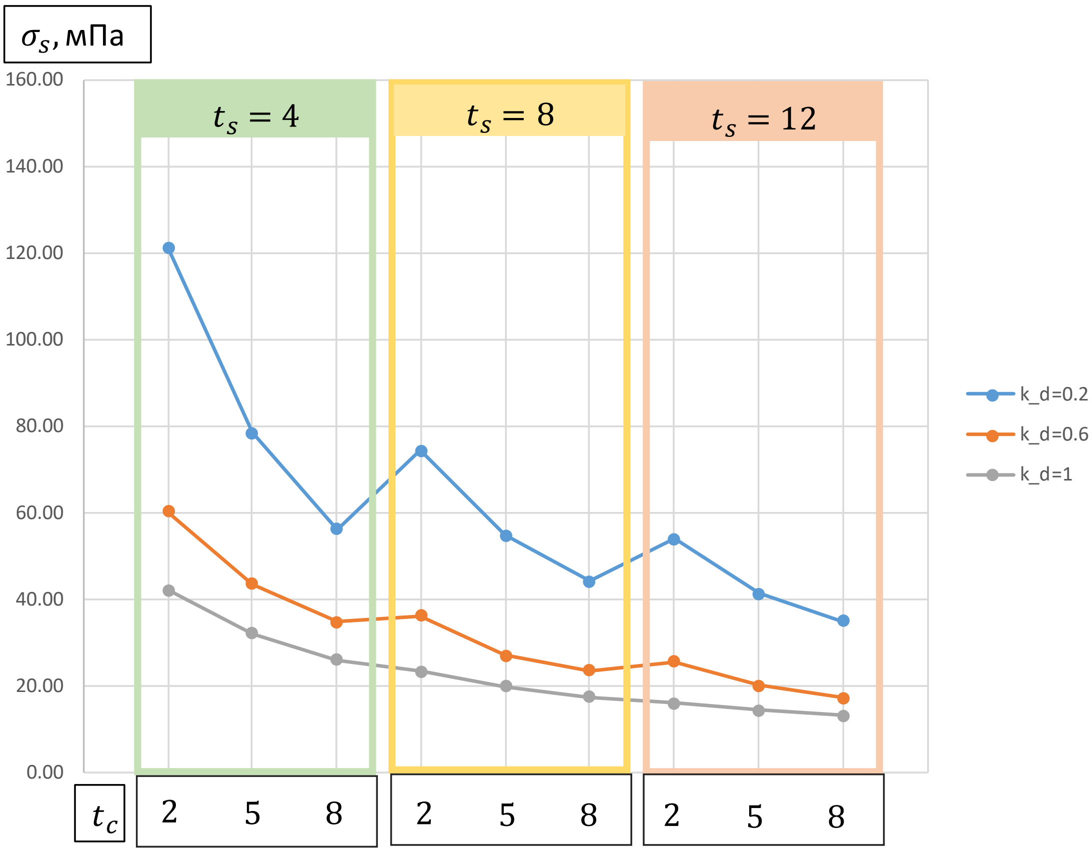


Рис. 26 Рівні головних напружень для труби за результатом чисельних експериментів з пошкодженою трубою укріпленою бандажем $p = 2$ МПа

За результатом серії експериментів, можна легко побачити, що пошкодження призводить до збільшення рівня напружень у трубі. Відповідно рівні напружень у композитному бандажу також зростуть

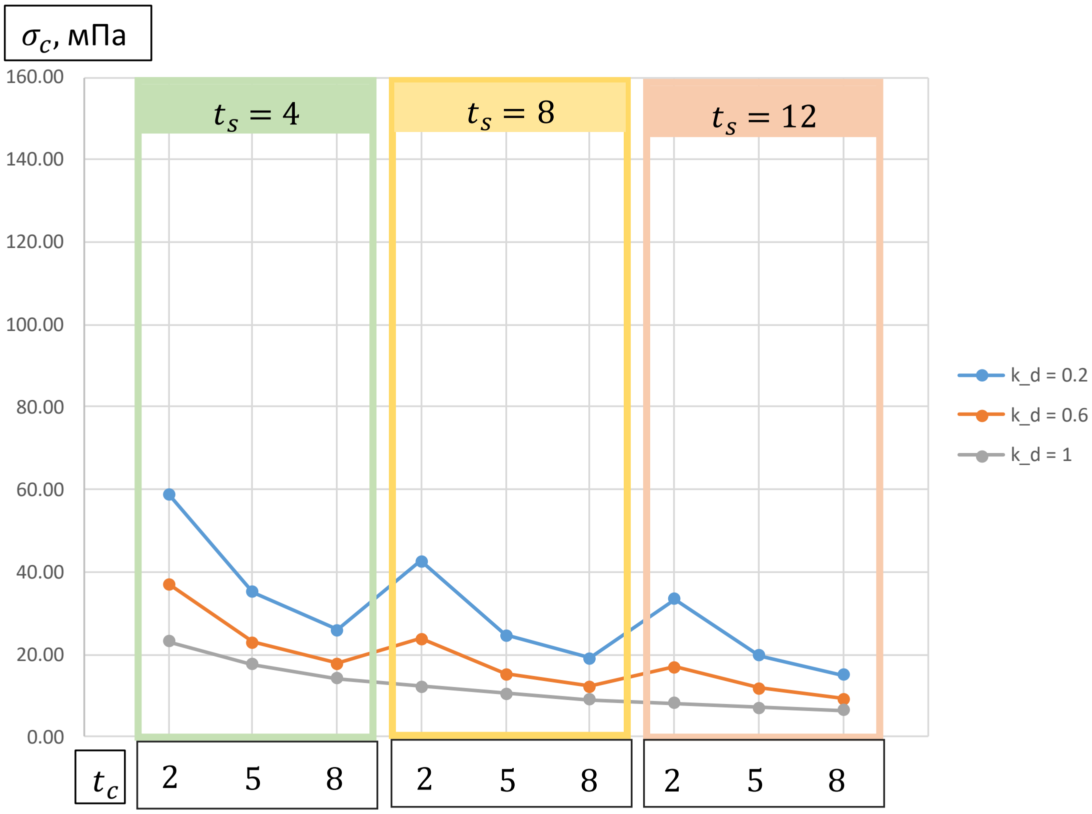


Рис. 27 Рівні головних напружень для бандажа за результатом чисельних експериментів з пошкодженою трубою укріпленою бандажем $p = 2$ МПа

4.4.3. Аналітичний розрахунок

Застосуємо методики з розділу 4.3.2 для розрахунку пошкодженої труби. Аналогічно до розділу 4.3.2 розрахунки проведемо для всіх трьох описаних методів. Це робиться з метою аби показити розбіжності між аналітичними методами та запропонованою чисельною моделлю. Отримані похибки не будуть повністю об'єктивними в оцінці впливу безпосередньо пошкодження на розрахунки, так як у розділі 4.3.3 було показано що аналітичні методи мають свою похибку. Це потрібно прийняти до у ваги на етапі аналізу отриманих розбіжностей.

Безмоментна теорія оболонок

Застосуємо формулу 2.4 з розділу 3.1 для знаходження напружень у кожному з елементів системи «труба-бандаж».

$$\begin{cases} N_c = \sigma_c t_c = N \dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \\ N_s = \sigma_2 t_2 = N \dfrac{E_c t_c}{E_c t_c + E_s t_s} \end{cases}$$

Наведемо для прикладу розв'язок для випадку №1 з Табл. 4

$D = 219$ мм –зовнішній діаметр труби $t_c = 2$ мм – товщина бандажу $k_d = 0.2$ – відношення залишкової товщини до товщини бандажу $t_s = 0.8$ мм –залишкова товщина труби $p = 2$ мПа –внутрішній тиск $E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.275$ $E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu = 0.3$	$N = \frac{pD}{2} = \frac{2 \text{ мПа} * 219 \text{ мм}}{2} = 219 \text{ мПа} \cdot \text{мм}$ $\sigma_s = N \frac{E_s}{E_c t_c + E_s t_s} = 112.38 \text{ мПа}$ $\sigma_c = N \frac{E_c}{E_c t_c + E_s t_s} = 64.55 \text{ мПа}$

Порівняємо отриманий результат з числовим розрахунком наведеним у Табл. 4. Порівняємо відносну похибку. Для консервативності , будемо порівнювати з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\text{max\_p}}$ та $\sigma_c^{\text{max\_p}}$.

$$\delta\sigma_s = \frac{\sigma_s - \sigma_s^{\text{max\_p}}}{\sigma_s^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{112.38 - 121.34}{121.34} \cdot 100 = -7.38\%$$

$$\delta\sigma_c = \frac{\sigma_c - \sigma_c^{\text{max\_p}}}{\sigma_c^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{64.55 - 58.99}{58.99} \cdot 100 = 9.43\%$$

Результат для всіх рівнів повного факторного експерименту наведено у Табл. 5.

Розрахунок контактного тиску

Також для порівняння , обчислимо цю задачу використовуючи рівняння 2.37 з розділу 3.3.

$$p_{int} = \frac{p_{11}[\alpha_1 R + \frac{\beta_1}{R}] + p_{22}[\alpha_2 k_2^2 R + \frac{\beta_2}{R}] + R[\frac{\mu_2 \sigma_{2z}}{E_2} - \frac{\mu_1 \sigma_{1z}}{E_1}]}{R(\alpha_1 k_1^2 R + \alpha_2) + \frac{1}{R}(\beta_1 + \beta_2)}$$

Задача спрощується , якщо припустити що осьове навантаження відсутнє, тобто $\sigma_z = 0$. Також будемо вважати що труба навантажена лише внутрішнім тиском p_{11}. Тобто $p_{22} = 0$.

Таким чином рівняння 2.37 можливо спростити до :

$$p_{int} = \frac{p_{11}[\alpha_1 R + \frac{\beta_1}{R}]}{R(\alpha_1 k_1^2 R + \alpha_2) + \frac{1}{R}(\beta_1 + \beta_2)}$$

Розв'яжемо це рівняння для випадку №1 з Табл. 4.

$D = 219$ мм – зовнішній діаметр труби
$R = 109.5$ мм
–зовнішній радіус труби
$t_c = 2$ мм – товщина бандажу
$k_d = 0.2$ – відношення залишкової товщини до товщини бандажу
$t_s = 0.8$ мм – залишкова товщина труби
$p = 2$ мПа – внутрішній тиск
$r_{1s} = 108.7$ мм –*внутрішній радіус труби*
$r_{2s} = 109.5$ мм – *зовнішній радіус труби*
$r_{1c} = 109.5$ мм – *внутрішній радіус бандажу*
$r_{2c} = 111.5$ мм – *зовнішній радіус бандажу*
$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_c = 0.275$
$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

$$\alpha_1 = \alpha_s = \frac{1-\mu_s}{E_s} \cdot \frac{1}{r_{1s}^2} \cdot \frac{1}{r_{2s}^2 - r_{1s}^2}$$

$$\alpha_2 = \alpha_c = \frac{1-\mu_c}{E_c} \cdot \frac{1}{r_{1c}^2} \cdot \frac{1}{r_{2c}^2 - r_{1c}^2}$$

$$\beta_1 = \beta_s = \frac{1+\mu_s}{E_s} \cdot \frac{r_{1s}^2 r_{2s}^2}{r_{2s}^2 - r_{1s}^2}$$

$$\beta_2 = \beta_c = \frac{1+\mu_c}{E_c} \cdot \frac{r_{1c}^2 r_{2c}^2}{r_{2c}^2 - r_{1c}^2}$$

$$k_1 = k_s = \frac{r_{2s}}{r_{1s}}$$

$$p_{int} = \frac{p\,(\alpha_s R + \frac{\beta_s}{R})}{R(\alpha_s k_s^2 R + \alpha_c) + \frac{1}{R}(\beta_s + \beta_c)} = 1.17 \text{ мПа}$$

Отримане значення тиску , є лише проміжним розв’язком так як ще залишаються невідомими напруження що виникають у трубі та бандажі. Подальший розв’язок можливо виконувати як і за тонкостінною теорією , так і за товстостінною.

Безмоментна теорія оболонок з використанням контактного тиску

Знаючи контактний тиск p_{int} можливо розрахувати напруження використовуючи формулу Лапласа (2.1) та (2.2) з Розділу 3.1.

На відміну від Розділу 3.1 де при розгляді подвійної оболонки всі розрахунки виконувались для радіусу R, що є зовнішнім радіусом труби, у випадку індивідуального обчислення кожного з елементів є сенс використовувати дійсні серединні радіуси. Застосування радіусу контакту труби та бандажу буде мати похибку

$$N = \sigma t = pr$$

Колове зусилля N є прямо пропорційним до радіусу оболонки та внутрішньому тиску. Очевидно що застосування зовнішнього радіусу при обчислені НДС труби буде мати завищене значення, та занижені для бандажу якщо використовувати його внутрішній радіус.

Також виходячи цього ефект буде проявлятися за збільшення товщини елементів системи «труба-бандаж».

$R = 109.5$ мм – зовнішній радіус труби
$t_c = 2$ мм – товщина бандажу
$k_d = 0.2$ – відношення залишкової товщини до товщини бандажу
$t_s = 0.8$ мм – залишкова товщина труби
$p = 2$ мПа – внутрішній тиск
$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_c = 0.275$
$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

Серединні радіуси елементів системи:

$$r_s = R - \frac{t_s}{2} = 109.1 \text{ мм}$$

$$r_c = R + \frac{t_c}{2} = 110.5 \text{ мм}$$

У випадку труби , діючий на оболонку тиск запишемо як суму внутрішнього і зовнішнього.

$$p_s = p - p_{int} = 2 - 1.17 = 0.83 \text{ мПа}$$

На банадаж у такому випадку буде діяти виключно контактний тиск p_{int}.

$$p_c = p_{int} = 1.17 \text{ мПа}$$

Напруження у трубі

$$\sigma_s = \frac{p_s r_s}{t_s} = \frac{0.83 \cdot 109.1}{0.8} = 113.19 \text{ мПа}$$

Напруження у бандажі:

$$\sigma_{\text{c}} = \frac{p_{\text{c}} r_{\text{c}}}{t_{\text{c}}} = \frac{1.17 \cdot 110.5}{2} = 64.64 \text{ мПа}$$

Порівняємо відносну похибку. Як і у попередньому випадку будемо порівнювати з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\text{max\_p}}$ та $\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}$ з Табл. 4.

$$\delta\sigma_s = \frac{\sigma_s - \sigma_s^{\text{max\_p}}}{\sigma_s^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{113.19 - 121.34}{121.34} \cdot 100 = -6.70\%$$

$$\delta\sigma_{\text{c}} = \frac{\sigma_{\text{c}} - \sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}}{\sigma_{\text{c}}^{\text{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{64.64 - 58.99}{58.99} \cdot 100 = 9.58\%$$

Результат для всіх рівнів повного факторного експерименту наведено у Табл. 5.

Задача Ламе з використанням контактного тиску

Використовуючи контактний тиск p_{int} можливо розрахувати напруження використовуючи формулу Лапласа 2.1 та 2.2 з Розділу 3.1. Але для цього випадку для розрахунку окремих складових «труба-бандаж» ми застосуємо розрахунок за допомогою задачі Ламе з розділу 3.2.

В такому випадку при розгляді труби , крайовими умовами будуть відомий внутрішній тиск p_{11} та контактний тиск p_{int}.

$R = 109.5$ мм – зовнішній радіус труби
$t_c = 2$ мм – товщина бандажу
$k_d = 0.2$ – відношення залишкової товщини до товщини бандажу
$t_s = 0.8$ мм – залишкова товщина труби
$p_{s1} = 2$ мПа – внутрішній тиск
$p_{s2} = 0.83$ мПа – зовнішній контактний тиск
$E_c = 1.148 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_{\text{c}} = 0.275$
$E_s = 2 \cdot 10^5$ мПа, $\mu_s = 0.3$

$$A_s = \frac{p_{s1} r_1^2 - p_{s2} r_{s2}^2}{r_{s2}^2 - r_{s1}^2}$$

$$B_s = \frac{(p_{s1} - p_{s2}) r_{s1}^2 r_{s2}^2}{r_{s2}^2 - r_{s1}^2}$$

Так я колові напруження є більшими за радіальні саме їх використаємо для розрахунку. Найбільші колові напруження будуть виникати на внутрішній поверхні що відповідає внутрішньому радіусу $r_{1s} = 108.7$ мм

$$\sigma_{s\_t}(108.7 \text{ мм}) = A_s + \frac{B_s}{r^2} = 112.04 \text{ мПа}$$

Розрахуємо напруження що виникають у бандажі. Найбільші напруження будуть виникати також на внутрішній поверхні бандажа, що відповідає радіусу контакту труби та бандажу $r_{1c} = r_{2s} = 109.5$ мм.

$$\sigma_{c\_t}(109.5\text{ мм}) = A_c + \frac{B_c}{r^2} = 64.63\text{ мПа}$$

Порівняємо з максимальним значенням отриманим числовим розв'язком головних напружень $\sigma_s^{\mathrm{max\_p}}$ та $\sigma_{\mathrm{c}}^{\mathrm{max\_p}}$ з Табл. 4.

$$\delta\sigma_{s\_t} = \frac{\sigma_{s\_t} - \sigma_s^{\mathrm{max\_p}}}{\sigma_s^{\mathrm{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{112.04 - 121.34}{121.34} \cdot 100 = -7.66\%$$

$$\delta\sigma_{\mathrm{c}\_t} = \frac{\sigma_{\mathrm{c}\_t} - \sigma_{\mathrm{c}}^{\mathrm{max\_p}}}{\sigma_{\mathrm{c}}^{\mathrm{max\_p}}} \cdot 100 = \frac{64.63 - 58.99}{58.99} \cdot 100 = 9.59\%$$

4.4.4. *Аналіз похибки*

Проведемо подібні розрахунки для всіх номерів експериментів з плану наведеного в Табл. 4. І отримаємо рівні похибок для всіх трьох методів . Так як у нас є данні числових дослідів з Табл. 4 для всіх рівнів можливо провести розрахунки та побудувати регресійні моделі для оцінки впливу обраних факторів на похибку розрахунків. Функцією відгуку буде похибка аналітичних методів застосованих у розділі 4.3.3.

$x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3$- кодовані значення факторів t_c, t_s та k_d, які визначаються за наступними формулами:

$$x_1 = 1/3 \cdot (t_c - 5),\ z_1 = 3 \cdot (x_1^2 - 2/3);$$
$$x_2 = 1/4 \cdot (t_s - 8),\ z_2 = 3 \cdot (x_2^2 - 2/3);$$
$$x_3 = 1/0.4 \cdot (k_d - 0.6),\ z_3 = 3 \cdot (x_3^2 - 2/3).$$

Табл. 5 Натуральні та кодовані значення факторів та функції відгуку для пошкодженої труби укріпленої бандажем.

№	Натуральні значення факторів			Кодовані значення факторів						Функція відгуку					
										1 - Тонкостінна модель		2 - Тонкостінна модель з контактним тиском		3 - Товстостінна модель з контактним тиском	
	t_c	t_s	k_d	x_1	x_2	x_3	z_1	z_2	z_3	$\delta_1\sigma_s$	$\delta_1\sigma_c$	$\delta_2\sigma_s$	$\delta_2\sigma_c$	$\delta_3\sigma_s$	$\delta_3\sigma_c$
1	2	4	0.2	-1	-1	-1	1	1	1	-7.38%	9.43%	-6.70%	9.58%	-7.66%	9.59%
2	5	4	0.2	0	-1	-1	-2	1	1	-23.88%	-2.43%	-20.63%	-1.49%	-22.60%	-1.44%
3	8	4	0.2	1	-1	-1	1	1	1	-27.74%	-9.94%	-21.85%	-8.04%	-24.84%	-7.93%
4	2	8	0.2	-1	0	-1	1	-2	1	7.40%	7.53%	7.94%	6.63%	6.84%	6.64%
5	5	8	0.2	0	0	-1	-2	-2	1	-10.48%	14.00%	-7.13%	13.67%	-9.41%	13.73%
6	8	8	0.2	1	0	-1	1	-2	1	-19.92%	6.21%	-13.98%	6.94%	-17.24%	7.07%
7	2	12	0.2	-1	1	-1	1	1	1	14.42%	5.86%	14.66%	3.88%	13.51%	3.89%
8	5	12	0.2	0	1	-1	-2	1	1	0.73%	21.58%	4.01%	19.77%	1.48%	19.83%
9	8	12	0.2	1	1	-1	1	1	1	-10.27%	19.61%	-4.19%	18.82%	-7.78%	18.97%
10	2	4	0.6	-1	-1	0	1	1	-2	2.52%	-4.08%	2.73%	-5.87%	1.70%	-5.86%
11	5	4	0.6	0	-1	0	-2	1	-2	-4.46%	4.47%	-1.34%	2.92%	-3.74%	2.97%
12	8	4	0.6	1	-1	0	1	1	-2	-9.41%	0.54%	-3.27%	-0.12%	-6.90%	0.00%
13	2	8	0.6	-1	0	0	1	-2	-2	1.99%	-11.12%	1.17%	-15.62%	0.21%	-15.61%
14	5	8	0.6	0	0	0	-2	-2	-2	6.35%	8.10%	8.42%	2.75%	5.88%	2.80%
15	8	8	0.6	1	0	0	1	-2	-2	-0.79%	10.36%	4.28%	5.47%	0.50%	5.60%
16	2	12	0.6	-1	1	0	1	1	-2	3.28%	-11.35%	1.35%	-18.71%	0.48%	-18.71%
17	5	12	0.6	0	1	0	-2	1	-2	9.46%	6.49%	10.24%	-2.36%	7.80%	-2.32%
18	8	12	0.6	1	1	0	1	1	-2	8.24%	16.80%	12.18%	7.47%	8.28%	7.60%
19	2	4	1	-1	-1	1	1	1	1	1.12%	5.33%	0.66%	1.12%	-0.31%	1.13%
20	5	4	1	0	-1	1	-2	1	1	-0.20%	4.30%	2.17%	0.32%	-0.25%	0.37%
21	8	4	1	1	-1	1	1	1	1	-1.65%	3.11%	3.90%	-0.19%	0.08%	-0.07%
22	2	8	1	-1	0	1	1	-2	1	2.96%	11.76%	0.65%	1.27%	-0.17%	1.28%
23	5	8	1	0	0	1	-2	-2	1	1.75%	10.87%	2.06%	0.42%	-0.16%	0.47%
24	8	8	1	1	0	1	1	-2	1	0.41%	9.83%	3.60%	-0.22%	0.05%	-0.09%
25	2	12	1	-1	1	1	1	1	1	4.74%	18.86%	0.47%	1.32%	-0.12%	1.33%
26	5	12	1	0	1	1	-2	1	1	3.55%	18.04%	1.81%	0.47%	-0.11%	0.52%
27	8	12	1	1	1	1	1	1	1	2.25%	17.07%	3.22%	-0.23%	0.04%	-0.10%

Проаналізуємо похибки отримані похибки. Побудуємо діаграми рівнів похибки для кожної точки експерименту. Діаграми зображені на Рис. 28 та Рис. 29

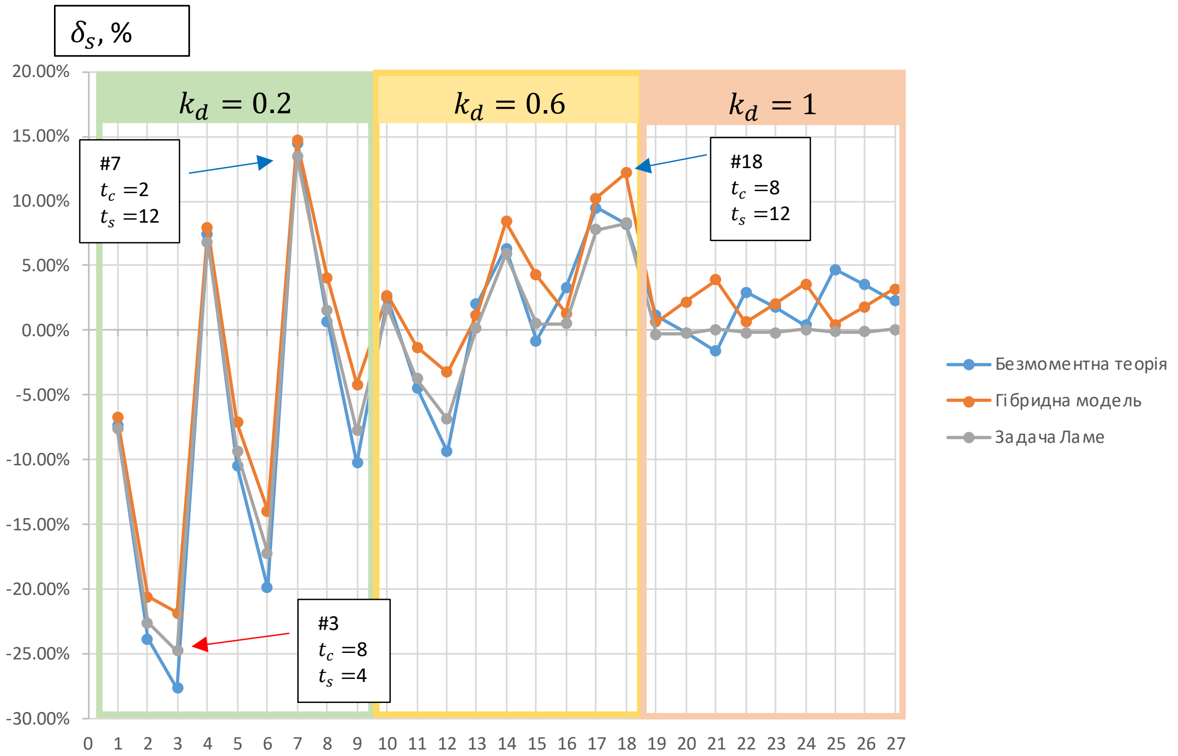


Рис. 28 Похибка розрахунку головних напружень для труби у системи «труба-композитний бандаж» за наявного пошкодження

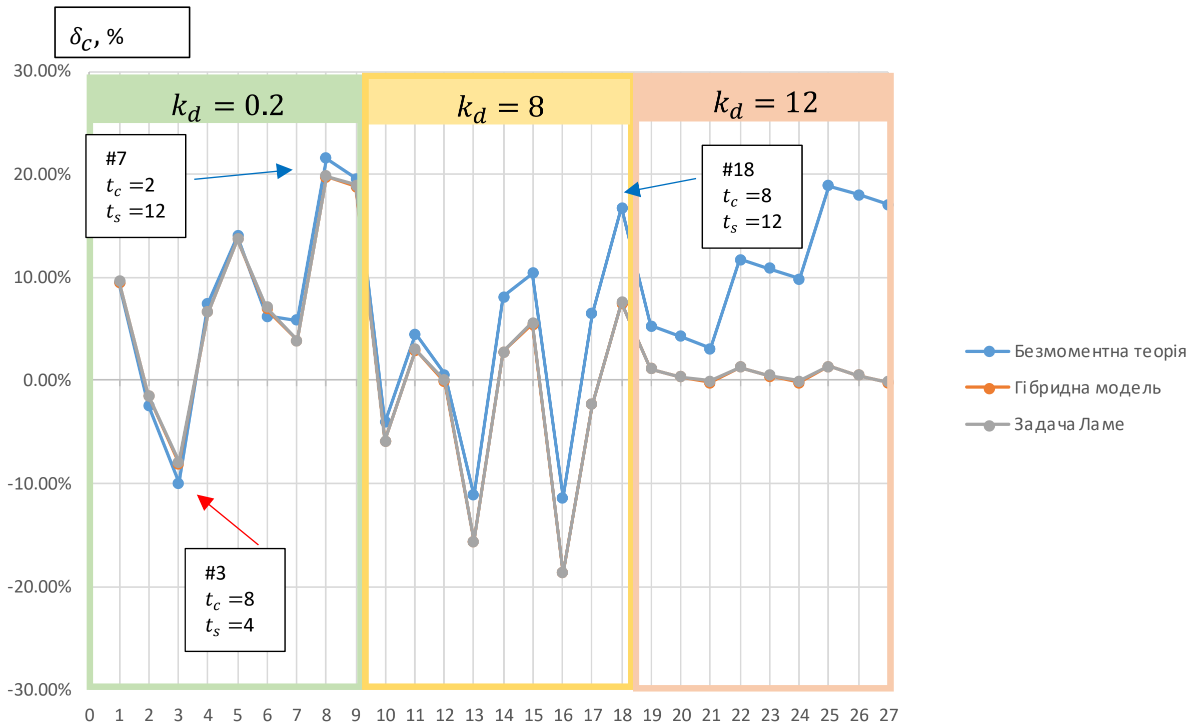


Рис. 29 Похибка розрахунку головних напружень для бандажу у системи «труба-композитний бандаж» за наявного пошкодження

Як видно з діаграм на Рис. 28 та Рис. 29 отримані функції відгуку є досить нелінійними. Аналіз отриманих регресійних моделей за методом наведеним у розділі 4.3.3 не дав однозначний результат. Більшість коефіцієнтів отриманих моделей не можна виключити. Для наведення найбільш об'єктивних результатів покажемо лише коефіцієнти основних факторів.

1 - Безмоментна теорія оболонок:

$$\delta_1\sigma_s = -1.667 - 4.997x_1 + 5.970x_2 + 5.150x_3$$

$$\delta_1\sigma_c = 7.083 + 2.299x_1 + 5.679x_2 + 1.531x_3$$

2 – Гібридна модель:

$$\delta_2\sigma_s = 0.239 - 2.169x_1 + 4.893x_2 + 3.725x_3$$

$$\delta_2\sigma_c = 1.851 + 2.573x_1 + 1.790x_2 - 3.627x_3$$

3 - Задача Ламе:

$$\delta_3\sigma_s = -2.017 - 3.460x_1 + 4.894x_2 + 3.744x_3$$

$$\delta_3\sigma_c = 1.914 + 2.633x_1 + 1.793x_2 - 3.629x_3$$

Роздивимося більш детально отримані данні. Проаналізуємо перший коефіцієнт b_0 що є середньою похибкою за всю серію експериментів.

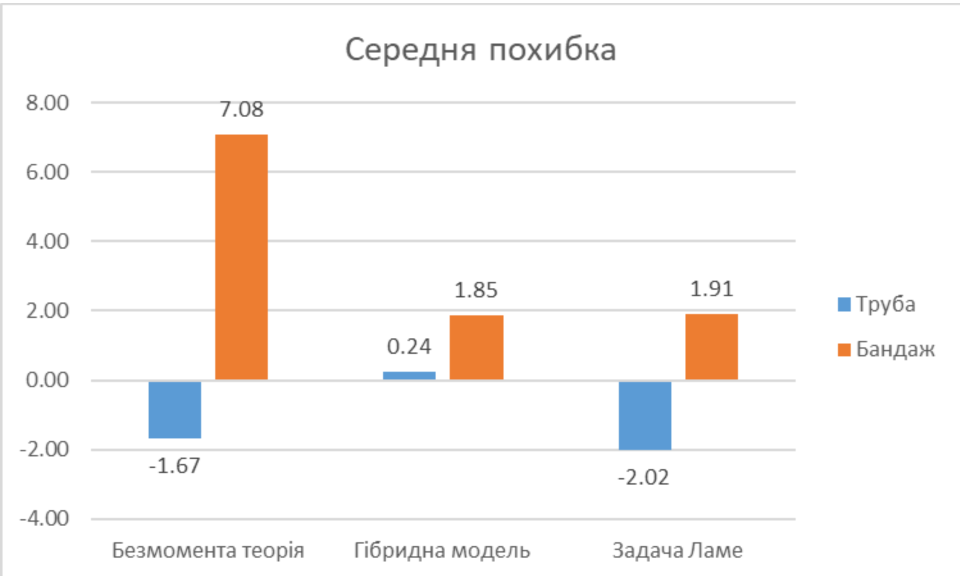


Рис. 30 Середня похибка за всю серію дослідів

Використання безмоментної теорії оболонок з контактним тиском дає найменшу середню похибку. Але це значення є середнім за всю серію дослідів. Згідно з Рис. 28 та Рис. 29 функції відгуку сильно різняться в залежності від відношення глибини дефекту k_d.

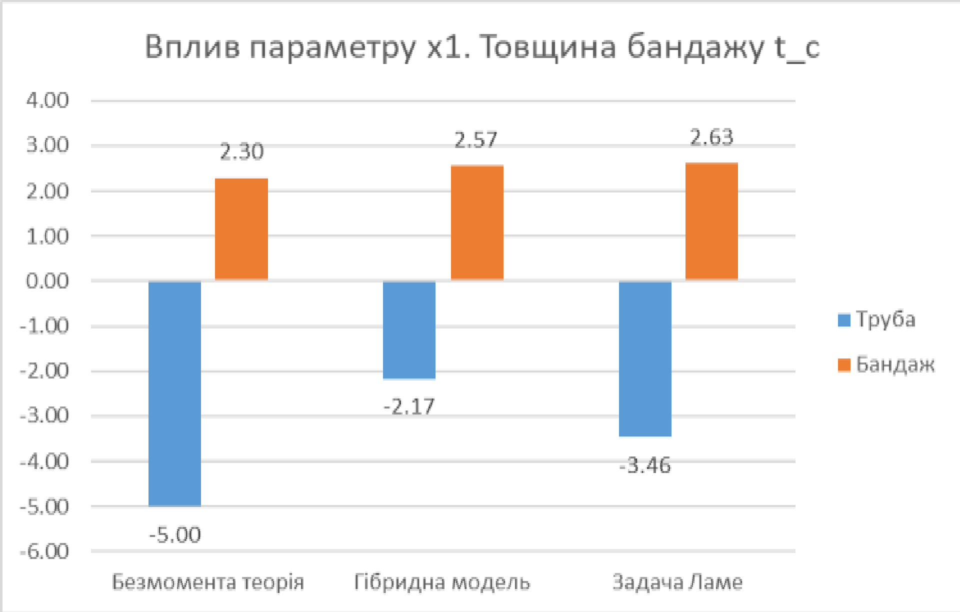


Рис. 31 Вплив товщини бандажу на похибку обчислення головних напружень у системи «труба-композитний бандаж» з наявним пошкодженням

Збільшення товщини бандажу :

- збільшує похибку бандажу у додатну стороною, збільшуючи консервативність.
- збільшує похибку труби у від'ємну сторону , занижуючи реальний рівень напружень.
- Попри заниження рівня напружень аналітичними теоріями, збільшення товщини бандажу безпосередньо знижує рівні напружень у трубі як показано на Рис. 26 та Рис. 27.

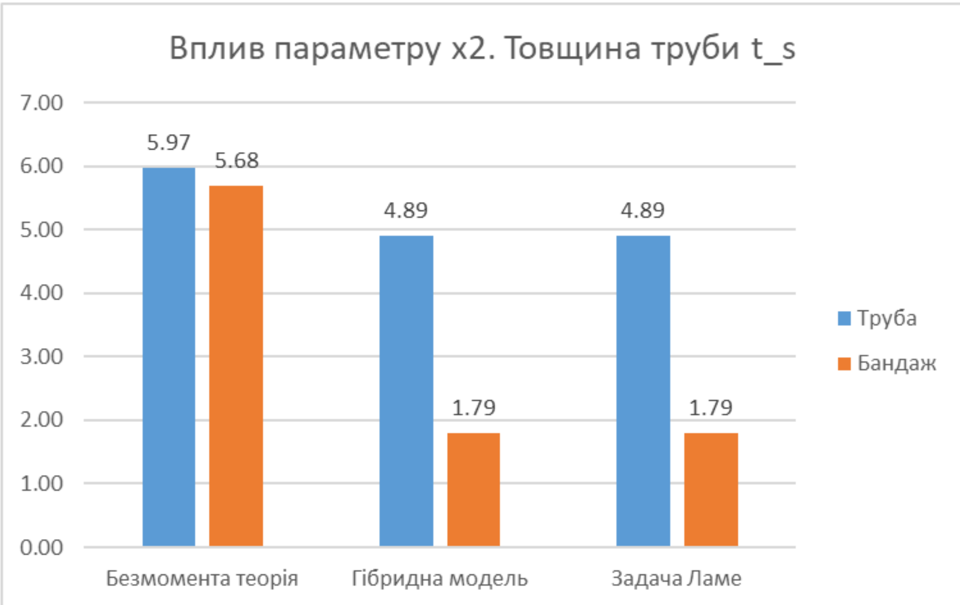


Рис. 32 Вплив товщини труби на похибку обчислення головних напружень у системи «труба-композитний бандаж» з наявним пошкодженням

Збільшення товщини труби :

- Однозначно призводить до збільшення похибки у додатному значені, даючи більш консервативні результати .

Так як третім параметром є відносна залишкова товщина , у випадку збільшення товщини труби цей параметр буде зростати і мінімально можлива товщина труби у зоні дефекту. Це і буде призводити до зростання похибки у додатну сторону при збільшені товщини труби.

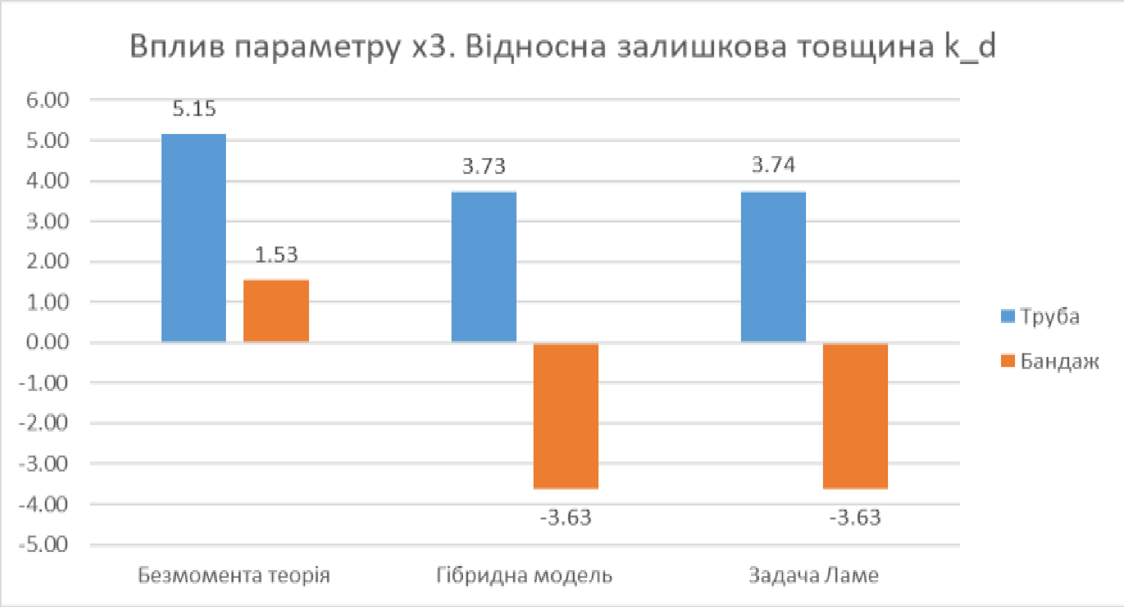


Рис. 33 Вплив відносної залишкової товщини на похибку обчислення головних напружень у системи «труба-композитний бандаж» з наявним пошкодженням

- Вплив відносної залишкової товщини однаковий у випадку використання задачі Ламе чи гібридної моделі. Це добре видно з Рис. 29
- Зростання відносної залишкової товщини (максимальне значення 1, що відповідає відсутності дефекту) збільшує похибку у додатне значення, що є більш консервативним.

Але через великий розкид похибок при різних значеннях, розглянемо окремо рівні похибок для кожного значення відносної залишкової товщини k_d. Для порівняння виберемо Теорію 2 (Безмоментна теорія оболонок з врахуванням контактного тиску). Це пояснюється тим що Теорія 2 дає найменшу за абсолютним значенням від'ємну похибку. Це продемонстровано на Рис. 28

Обчислимо середнє значення:

$$\overline{\delta_i} = \frac{\sum \delta_i(k_d)}{N}$$

де N кількість експериментів при сталому значені $\mathrm{k_d}$, $N = 9$.

Отримані середні похибки зображені на Рис. 34

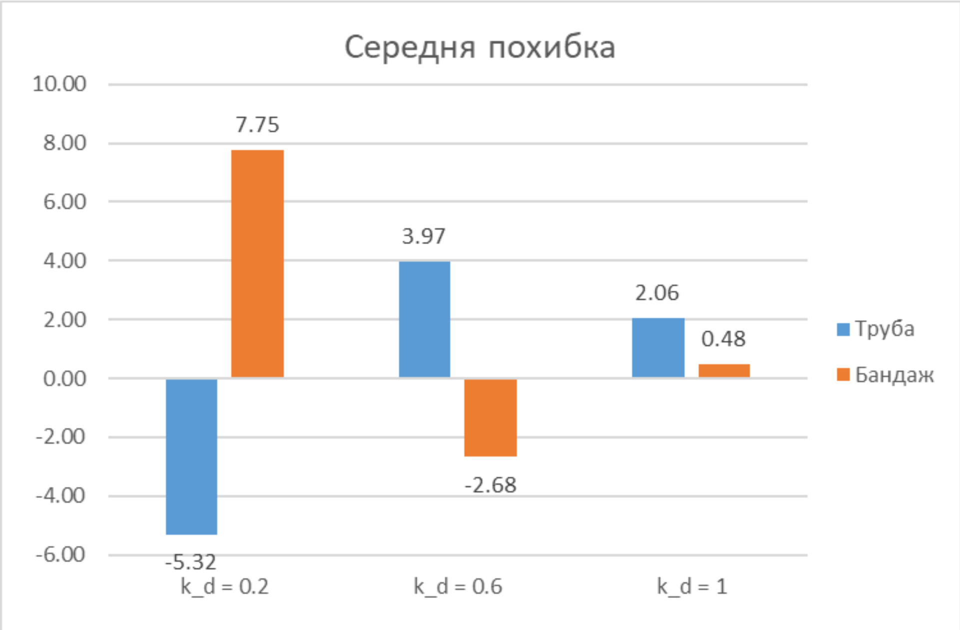


Рис. 34 Середня похибка для Безмоментної теорії оболонок з врахуванням контактного тиску за різних рівнів відносної залишкової товщини похибки

Судячи з наведеного графіку, при зменшенні глибини дефекту однозначно зменшується абсолютне значення похибки між чисельним та аналітичним рівнем напружень. Для наочності також оцінимо стандартне відхилення похибок для різних рівнів відносної залишкової товщини k_d.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum[\delta_i(k_d) - \overline{\delta_i}]}{N-1}}$$

де N кількість експериментів при сталому значені $\mathrm{k_d}$, $N = 9$.

Отримані стандартні відхилення похибки зображені на Рис. 35

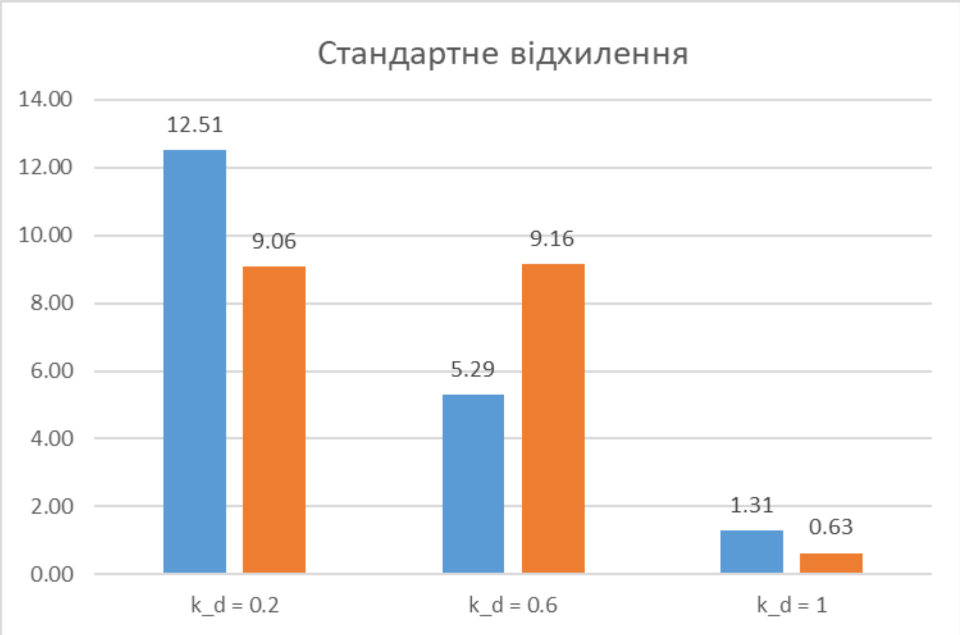


Рис. 35 Стандартне відхилення похибки Безмоментної теорії оболонок з врахуванням контактного тиску

Можливо зробити висновок збільшення глибини дефекту призводить до збільшення впливу інших факторів. З цієї причини як уже було зазначено отримані регресійні моделі є доволі нелінійними і не можуть описуватися лише головними ефектами.

Також це свідчить про неможливість застосування використаних аналітичних моделей для певних значень відносної залишкової товщини бандажу, так як за певних комбінацій товщини труби та бандажу рівень отриманих напружень може давати доволі занижені результати як показано на Рис. 36.

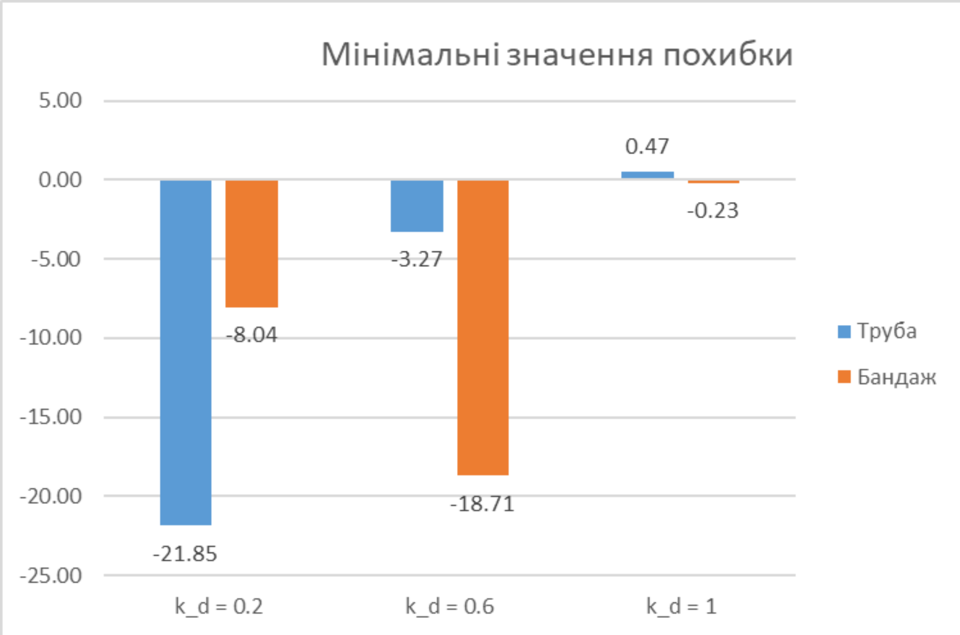


Рис. 36 Мінімальні значення похибок для Безмоментної теорії оболонок з використанням контактного тиску.

Отриманий результат свідчить що існує певний вплив факторів що не враховуються аналітичними теоріями. Найбільш ймовірним варіантом є виникнення згинаючого моменту у чисельній моделі. Цей момент виникає в наслідок геометричної нелінійності та зміни згинної жорсткості при переході від регулярної ділянки до дефекту. На Рис. 37 показано в масштабі напруження та переміщення для візуалізації ефекту прогину.

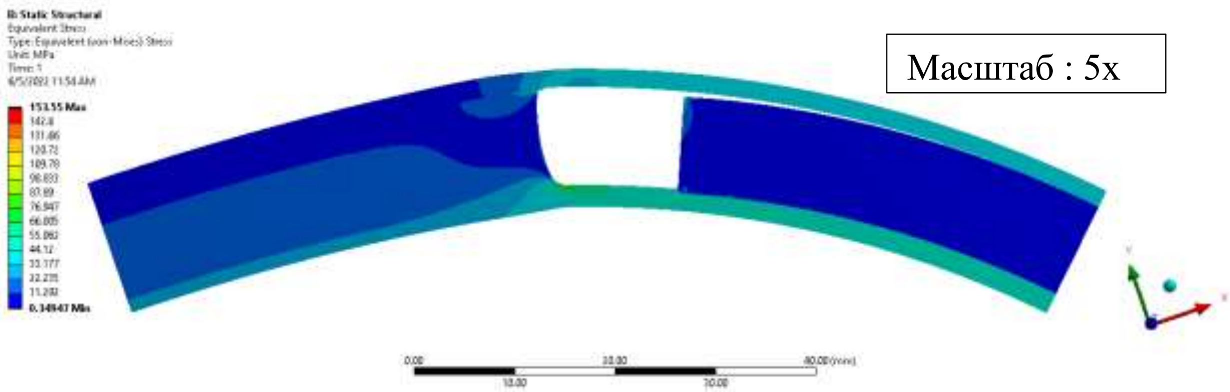


Рис. 37 Напруження та переміщення в трубі у масштабі.

Згідно до Рис. 28 та Рис. 29 та Табл. 2 видно що великі значення похибок виникають лише при певних комбінаціях товщини бандажу , труби та відносної залишкової товщини пошкодження.

Для наочності побудуємо графік залежності відношення жорсткості бандажу та залишкової товщини труби до похибки

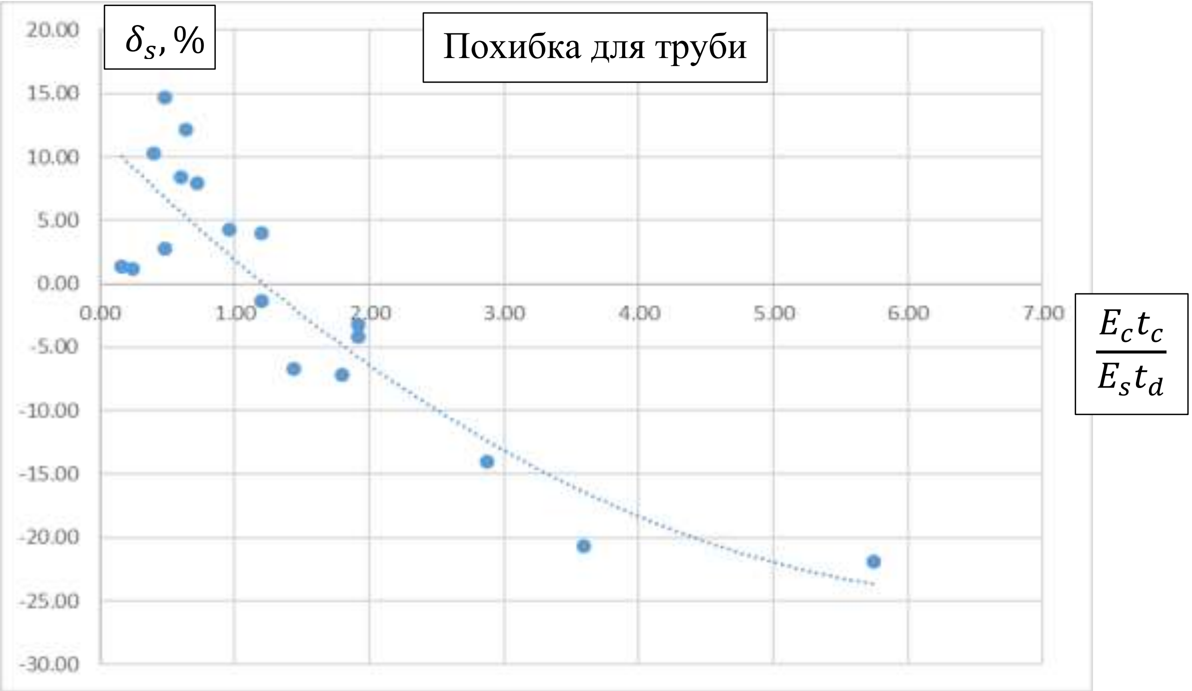


Рис. 38 Графік залежності похибки для труби в залежності від співвідношення залишкової товщини труби та бандажу.

На основі цього графіку можна сказати що на певному діапазоні значень виникає значна похибка що занижує результати. Варто зазначити, при однаковому значенні жорсткостей похибка для труби найменша.

Зазначений ефект є особливо явним у вибраних методах чисельного моделювання, так як відтворюється лише переріз труби.

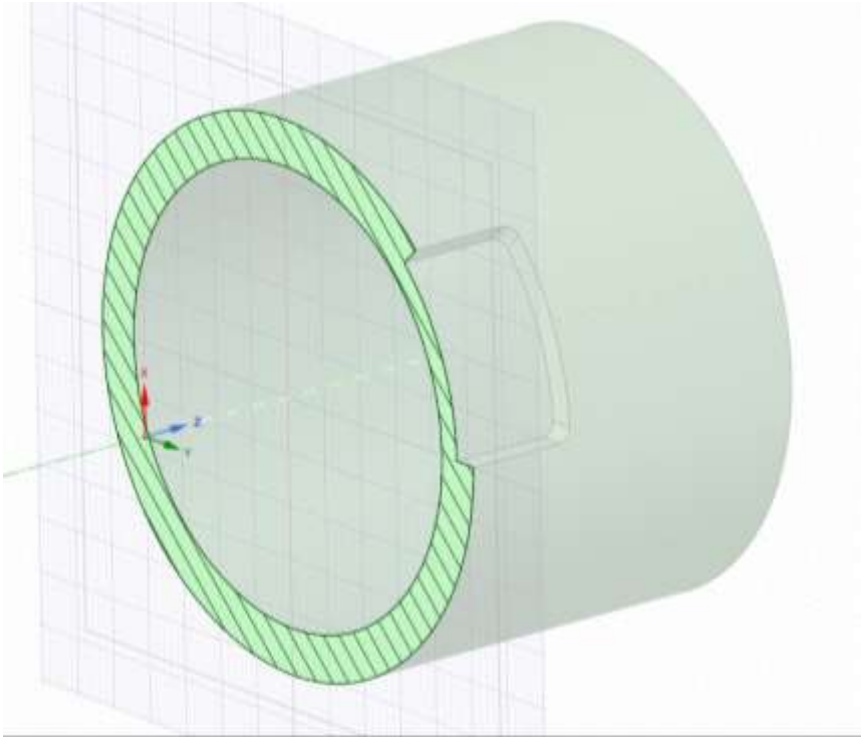


Рис. 39 Переріз труби у зоні пошкодження

У ситуації з повною геометрією труби згаданий вигин є обмеженим у поздовжньому напряму прилягаючими частинами труби. Таким чином цей ефект буде проявлятися меншим чином. У випадку коли необхідно забезпечити міцність труби за наявного глибокого пошкодження труби, можливим є варіант для застосування додаткового потовщення труби.

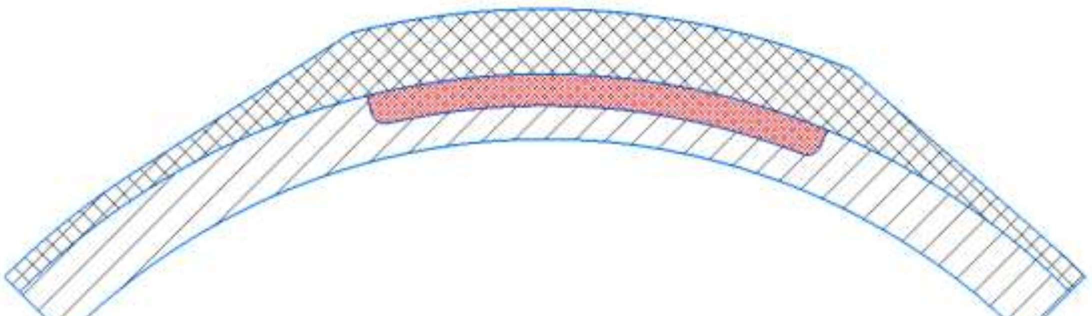


Рис. 40 Схема труби з потовщенням для укріплення зони пошкодження

Місцеве потовщення може бути додатковим способом зменшити частку навантаження що буде проходити через пошкоджену ділянку. Потовщення також збільшить місцеву жорсткість, що дозволить поглинути надлишкові прогини.

Додаткові місцеві шари

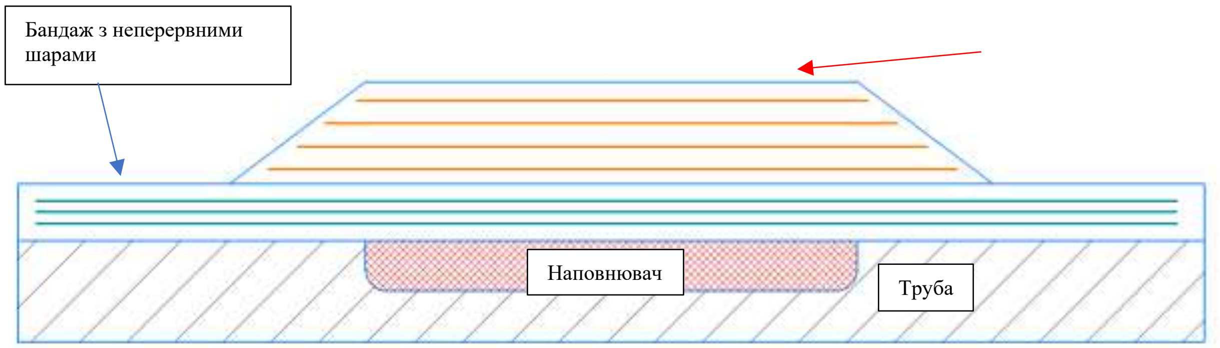


Рис. 41 Варіант виконання додаткового потовщення труби у зоні пошкодження

4.4.5. Висновки

- Збільшення глибини дефекту збільшує діапазон похибки
- Похибка за великої глибини досягає значень 27.7% та 21.57% для відповідно труби та бандажу. Ці значення відповідають безмоментній теорії оболонок.
- Гібридна модель демонструє максимальні значення похибок на рівні 21.8% та 19.8%.
- Близькі рівні всіх трьох методів свідчать про виникнення додаткових ефектів за числового моделювання що не враховуються в теорії.
- Було показано що показує що за збільшення співвідношення жорсткостей банадажу та залишкової товщини труби похибка швидко зростає.
- Запропоновано застосовувати додаткові шари композиту на ділянці пошкодження для зменшення напружень у залишковій товщині трубі та поглинання вигинів.

Зазначені ефекти є також наслідком обраних параметрів чисельної моделі. У реальній трубі з пошкодження, у місці дефекту будуть присутні прилягаючі у поздовжньому напрямку частини труби. За випадку глибокого пошкодження ці прилягаючі частини будуть поглинати частину згинних моментів що виникнуть в наслідок зміни геометрі.

Для більш детального вивчення згинальних моментів що будуть виникати у зоні дефекту необхідно враховувати окрім кутової довжини дефекту також і поздовжню.

5. Заключення

- Здійснено порівняльний аналіз аналітичних методів розрахунку на міцність системи «труба-композитний бандаж»
- Продемонстровано що найкращий збіг результатів аналітичних і числових розрахунків маємо за умови застосування теорії товстостінних оболонок -0.3 … 1.27%
- Запропонований аналітичний «гібридний» метод який поєднує в собі розрахунки НДС за безмоментною теорією тонкостінних оболонок та визначення контактного тиску за теорією товстостінних оболонок. Похибка методу лежить в діапазоні -0.28 … 3.93%
- Числовий експеримент виконувався згідно з планом повного факторного експерименту три фактори на трьох рівнях, всього 27 (3^3//27). За результатами числового експерименту були побудовані регресійні моделі, у яких за функцію відгуку обиралась похибка між відповідними аналітичними та числовими розв’язками.
- Виконаний розрахунок системи «труба-композитний бандаж» з пошкодженням у трубі. Порівняння аналітичного розв’язку за гібридним методом з числовими даними засвідчило , що збільшення глибини дефекту може призвести до суттєвої похибки при застосуванні аналітичного підходу (більше 20 відсотків).

За наведеними результати можливо зробити висновок що вплив геометричних факторів на систему «труба-композитний бандаж» є ще не досить вивченим. Є сенс у побудові числових моделей що враховують як і колові так і поздовжні параметри пошкодження. Таким чином можливо буде більш детально дослідити ефекти описані у розділі 4.4.4.

Також в цій роботі не було розглянуто концентрацію напружень що виникає при переході від регулярної зони до пошкодження. Актуальність цієї проблеми полягає у визначенні довговічності проведеного ремонту при змінних навантаженнях та коливанні внутрішнього тиску.

6. Посилання

[1]. Dumitrescu, A.; Minescu, M.; Dinita, A.; Lambrescu, I. Corrosion Repair of Pipelines Using Modern Composite Materials Systems: A Numerical Performance

[2]. Kollar L.; Springer G. Mechanics of Composite Structures

[3]. Saeed N; Ronagh H; Virik A. Composite repair of pipelines, considering the effect of live pressure-analytical and numerical models with respect to ISO/TS 24817 and ASME PCC-2

[4]. Evaluation . Energies 2021, 14, 615.Materials Systems: A Numerical Performance Evaluation

[5]. A.G. Gibson, The Cost Effective Use of Fiber Reinforced Composites Offshore. Norwich: University of Newcastle upon Tyne, HSE Books, 2003.

[6]. L. Cercone, and J. D. Lockwood, "Review of FRP composite materials for pipeline repair," Pipelines, 2005, pp. 1001-1013.

[7]. V. M. Seica, and A. J. Packer, "FRP materials for the rehabilitation of tubular steel structures, for underwater applications," Comp. Struct., vol. 80, 2007, pp. 440-450.

[8]. Y. L. Leong, K. H. Leong, Y. C. Tan, P. F. M. Liew, C. D. Wood, W. Tian, and K. A. Kozielski, "Overwrap composite repairs of offshore risers at topside and splash zone" In the Proceedings of 18th International Committee on Composite Materials (ICCM-18), Jeju Island, Korea 21-26 August 2011

[9]. Kudina, E.; Bukharov, S.; Sergienko, V.; Dumitrescu, A. Comparative Analysis of Existing Technologies for Composite Repair Systems In Non-Destructive Testing and Repair of Pipelines; Barkanov, E.N., Dumitrescu, A., Parinov, I.A., Eds.; Springer International Publishing AG: Cham, Switzerland, 2018; pp. 241–267.

[10]. Dumitrescu, A.; Dinita, A. Efficiency Assessment of the Composite Material Repair Systems Intended for Corrosion Damaged Pipelines. In Proceedings of the 38th International Conference on Ocean, Offshore & Arctic Engineering (OMAE 2019), Glasgow, Scotland, UK, 9–14 June 2019. Paper No. 96279.

[11]. Zecheru, G.; Draghici, G.; Dumitrescu, A.; Yukhymets, P. Design of Composite Material Reinforcing Sleeves Used to Repair Transmission Pipelines. PGUP Bull. Tech. Ser. 2014, LXVI, 105–117

[12]. Zecheru, G.; Dumitrescu, A.; Dinita, A.; Yukhymets, P. Design of Composite Repair Systems. In Non-destructive Testing and Repair of Pipelines; Barkanov, E.N., Dumitrescu, A., Parinov, I.A., Eds.; Springer International Publishing AG: Cham, Switzerland, 2018; pp. 269–285.

[13]. ASME. Part 4—Nonmetallic and Bonded Repairs. In PCC-2-2015 Repair of Pressure Equipment and Piping; The American Society of Mechanical Engineers: New York, NY, USA, 2015; pp. 139–196.
[14]. ISO. TS 24817:2006 Petroleum, Petrochemical and Natural Gas Industries—Composite Repairs for Pipework—Qualification and Design, Installation, Testing and Inspection. Technical Specification; International Organization for Standardization: Geneva, Switzerland, 2006.
[15]. ASME. B31G-2009 Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines; The American Society of Mechanical Engineers: New York, NY, USA, 2009.
[16]. С.В. Бояршинов. Основы строительной механики машин. М.: Машиностроение, 1973. — 456 с
[17]. Пат. 70854 А України, МКИ E21B1/26. Спосіб одержання пульсуючого струменя ударної дії та пристрій для його реалізації / Савченко Н.В., Яхно О.М. / Заявл. 30.12.2003, Опубл. 15.10.2004. Бюл.№10. – 2 с.
[18]. Г. С. Писаренко О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. За ред. Г. С. Писаренка — К.; Опір матеріалів; Вища школа, 1993. - 655 с.