



## ПРОЕКЦІЙНО-СІТКОВІ МЕТОДИ В МЕХАНІЦІ

### Стаціонарні задачі

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Рівень вищої освіти                               | Перший (бакалаврський)                                                                                                                                                                                                                   |
| Галузь знань                                      | 13. Механічна інженерія                                                                                                                                                                                                                  |
| Спеціальність                                     | 131. Прикладна механіка                                                                                                                                                                                                                  |
| Освітня програма                                  | Динаміка і міцність машин                                                                                                                                                                                                                |
| Статус дисципліни                                 | Вибіркова                                                                                                                                                                                                                                |
| Форма навчання                                    | Очна (денна)                                                                                                                                                                                                                             |
| Рік підготовки, семестр                           | 4 курс, осінній семестр                                                                                                                                                                                                                  |
| Обсяг дисципліни                                  | 4.0 кредити ( 120 годин)                                                                                                                                                                                                                 |
| Семестровий контроль/<br>контрольні заходи        | Залік                                                                                                                                                                                                                                    |
| Розклад занять                                    | <a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>                                                                                                    |
| Мова викладання                                   | Українська                                                                                                                                                                                                                               |
| Інформація про<br>керівника курсу /<br>викладачів | Лектор: д.т.н., проф. Рудakov Костянтин Миколайович, <a href="mailto:knrudakov@ukr.net">knrudakov@ukr.net</a><br>Комп'ютерні практикуми: к.т.н., ст. викладач Дифучин Юрій Миколайович, <a href="mailto:dif62@ukr.net">dif62@ukr.net</a> |
| Розміщення курсу                                  | <a href="https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=2722">https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=2722</a>                                                                                                                                |

#### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Актуальність цієї дисципліни викликана необхідністю підвищення надійності й довговічності машин та конструкцій, що працюють у складних експлуатаційних умовах. Для цього майже завжди потрібно визначати напруження, що можуть в них реалізуватися. На відміну від переміщень, напруження не можна визначити прямими вимірами: потрібно застосовувати або спеціалізовані експериментальні методи (наприклад, методи фотопружності), або розрахункові: аналітичні чи чисельні. Аналітичні методи вдається застосовувати далеко не завжди, оскільки відомі аналітичні розв'язки здебільше стосуються "класичних" геометричних форм, властивостей матеріалів та умов навантаження. Залишаються чисельні методи, але вони потребують багато чи дуже багато обчислюваних дій. Це зумовлює застосування ЕОМ. Але ЕОМ для обчислень "вміють" робити тільки такі прості операції: математичні (додавання, віднімання, множення, ділення), логічні ("так", "ні", "і", "або"), порівняння ("більше", "менше", "дорівнює"), причому дуже швидко, на відміну від людини.

Чисельні методи – це інтерпретація математичних моделей (зокрема, й крайових задач) для її реалізації вказаними вище простими діями, зазвичай за допомогою ЕОМ.

Крайова задача – математична модель об'єкта, яка формалізована алгебраїчними, диференціальними, інтегральними та/або логічними зв'язками, створена для визначення деяких характеристик стану об'єкта і яка враховує його геометрію (геометрична модель), властивості

матеріалу (*модель середовища*), вихідний стан (*початкові умови*), тип і характер впливу на об'єкт або його взаємодію з іншими об'єктами (*граничні умови*).

*Алгебраїзація* – приведення математичної моделі до вигляду, придатному для створення алгоритму її розв'язування, зазвичай, на ЕОМ (невідомі ЕОМ операції диференціювання та інтегрування замінюються на алгебраїчні, з достатньою точністю).

*Алгоритм* – це набір інструкцій, що описують порядок дій виконавцем для розв'язування задачі за кінцеву кількість дій.

*Проекційно-сіткові методи* є частиною чисельних методів, що спеціально розроблені для розв'язування крайових задач.

*Стаціонарна задача* – задача, яка розглядає змінення параметрів фізичного явища (процесу) в залежності від просторових координат і збереженням незмінності перебігу в часі (в певний момент часу).

Користувач, проводячи розрахунки об'єктів на міцність, повинен знати основи теорій та методів, закладених у спеціалізовані програми, їхні можливості та обмеження, щоб не допускати помилкові інженерні рішення, інакше кажучи – бути фахівцем з чисельних розрахунків.

**Метою** навчальної дисципліни "Проекційно-сіткові методи в механіці" є формування у студентів систематизованих знань щодо проекційно-сіткових методів та алгоритмів для наближеного розв'язування крайових задач деформівного твердого тіла із застосуванням ЕОМ.

**Предметом** цієї навчальної дисципліни є ефективні проекційно-сіткові методи розв'язування крайових задач механіки деформівного твердого тіла.

### **Вимоги до студентів згідно з Освітньо-професійною програмою**

Студенти для засвоєння дисципліни повинні мати **загальні компетентності**:

1. здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
2. знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;
3. здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
4. здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями
5. здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; 6. здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

Студенти після засвоєння дисципліни повинні отримати **фахові компетентності**:

1. здатність використовувати аналітичні та чисельні математичні методи для вирішення задач прикладної механіки, зокрема здійснювати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість в процесі статичного та динамічного навантаження з метою оцінки надійності деталей і конструкцій машин;
2. здатність застосовувати комп'ютеризовані системи проектування (CAD), виробництва (CAM), інженерних досліджень (CAE) та спеціалізоване прикладне програмне забезпечення для вирішення інженерних завдань з прикладної механіки;
3. здатність коректно визначати граничні умови та створювати розрахункові моделі реальної конструкції з урахуванням зовнішнього експлуатаційного навантаження; Студенти після засвоєння дисципліни зможуть мати за **результатами навчання**:

1. знання сучасних пакетів прикладних програм для розрахунку на міцність, жорсткість та стійкість елементів машинобудівних конструкцій
2. знання сучасних чисельних методів;
3. уміння проводити чисельні розрахунки елементів машинобудівних конструкцій на міцність жорсткість та стійкість.

**Інтегральна компетентність:** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в прикладній механіці або у процесі навчання, що передбачає застосування певних теорій та методів механічної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна "Проекційно-сіткові методи в механіці" базується на раніше засвоєних дисциплінах: Вища математика (диференціальний та інтегральний аналіз, Лінійна алгебра), Загальна фізика, Інформатика, Теоретична механіка, Механіка матеріалів і конструкцій, Теорія пружності, Будівельна механіка стрижневих систем, Теорія коливань стрижневих і континуальних систем, Математична фізика, дисципліни з Автоматизованих методів проектування, Будівельна механіка машин, Нові матеріали

Цією навчальною дисципліною забезпечуються подальше вивчення дисциплін з чисельних методів дослідження нестационарних процесів та виконання дипломного проекту бакалавра.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### Розділ 1. Вступ. Загальні положення про об'єкти досліджень, похибки, теоретичні основи

Тема 1.1. Наближені числа та обчислення. Похибки розрахунків

Тема 1.2. Основи проекційно-сіткових методів: елементи теорії операторних рівнянь і функціонального аналізу

### Розділ 2. Стаціонарні крайові задачі механіки деформівного твердого тіла

Тема 2.1. Загальні співвідношення механіки суцільних середовищ

Тема 2.2. Постановка крайових задач деформівного твердого тіла

### Розділ 3. Методи розв'язування стаціонарних крайових задач

Тема 3.1. Поняття про алгебраїзацію крайових задач

Тема 3.2. Основні аналітичні та чисельні методи розв'язування стаціонарних крайових задач.

### Розділ 4. Алгоритми методу скінченних різниць

Тема 4.1. Наближення стаціонарних крайових задач методом скінченних різниць

### Розділ 5. Основи проекційного методу скінченних елементів

Тема 5.1. Ідея проекційного методу скінченних елементів (МСЕ)

Тема 5.2. Апроксимації у скінченних елементах

### Розділ 6. Алгоритми розв'язування стаціонарних крайових задач методом скінченних елементів

Тема 6.1. Просторова апроксимація крайової задачі стаціонарної теплопровідності методом зважених похибок наближення із застосуванням МСЕ

Тема 6.2. Ітераційні скінченно-елементні алгоритми розрахунків стаціонарного теплового стану тіла при наявності нелінійності

Тема 6.3. Алгоритми розрахунків стаціонарного напружено-деформованого стану в точці тіла: лінійні та нелінійні крайові задачі

Тема 6.4. Загальні алгоритми розв'язування крайових задач термopужності й термopластичності за МСЕ

### Розділ 7. Алгебра скінченно-елементного наближення та систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Тема 7.1. Чисельне диференціювання та інтегрування у скінченних елементах

Тема 7.2. "Збирання" систем лінійних алгебраїчних рівнянь у МСЕ, введення граничних умов

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

1. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник / К.М. Рудаков. К.: НТУУ „КПІ”, 2007. 379 с.

2. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций / К.Н. Рудаков. К., 2011. 317 с. Електрон. аналог друк. вид. : URL:

<http://mmidmm.kpi.ua/index.php/ua/vikladachi-kafedri/16-rudakov-kostyantyn-mikolajovich.html> (дата звернення: 25.08.2022).

3. Шинкаренко Г.А. Проекційно-сіткові методи розв'язування початковокрайових задач. – Київ: УМК ВО, 2011. – 88 с.

4. Bathe Klaus-Jürgen. Finite Element Procedures. Second Edition – Prentice Hall, 2014. – 1043 p.

5. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій. В 2-х томах. Т.І. Чисельні методи алгебри: Навч. посібник [для студ. вищ. навч. закл. Електронний ресурс] / К.М. Рудаков – Київ: НТУУ "КПІ ім. Ігоря Сікорського", 2016. – 148 с.

6. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій. В 2-х томах. Т.ІІ. Класичні крайові задачі: Навч. посібник [для студ. вищ. навч. закл. Електронний ресурс] / К.М. Рудаков – Київ: НТУУ "КПІ ім. Ігоря Сікорського", 2020. – 300 с.

### Допоміжна література

6. Бігун Я.Й. Числові методи: навчальний посібник. - Чернівці : Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, 2019. - 435 с.

7. Верлань О.Ф. Числові методи розв'язання диференціальних рівнянь : навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів / А.Ф. Верлань, С.О. Лук'яненко ; Міністерство освіти і науки України, НТУУ "КПІ". - Київ : НТУУ "КПІ", 2014. - 168 с.

8. Гончаров О.А. Чисельні методи розв'язання прикладних задач : навчальний посібник / О.А. Гончаров, Л.В. Васильєва, А.М. Юнда ; Міністерство освіти і науки України, Сумський державний університет. - Суми : Сумський державний університет, 2020. - 141 с.

9. Карвацький А.Я. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ : програмна реалізація та візуалізація результатів : навч. посіб. / А.Я. Карвацький ; М-во освіти і науки України, НТУУ "КПІ". - Київ : НТУУ "КПІ", 2015. - 390 с.

10. Зелінський К.Х., Ігнатенко В.М., Коц О.П. Комп'ютерні методи прикладної математики. – К.: Академперіодика, 2002. – 480 с. 11. Ляшенко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи: Підручник. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.

11. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.: Видавнича група BVH, 2006. – 480 с.

12. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Volume 1: The Basis. – Oxford: BH, 2000. – 689 p.

13. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Volume 2: Solid Mechanics. – Oxford: BH, 2000. – 459 p.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

| Назви розділів і тем                                                                          | Кількість годин |        |                        |             |              |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------|------------------------|-------------|--------------|-----|
|                                                                                               | Разом           | Лекції | Комп'ютерний практикум | Лабораторні | Інд. заняття | СРС |
| <b>Розділ 1. Вступ. Загальні положення про об'єкти досліджень, похибки, теоретичні основи</b> |                 |        |                        |             |              |     |

|                                                                                                                                          |    |   |   |   |   |   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|---|---|---|---|
| Тема 1.1. Наближені числа та обчислення. Похибки розрахунків                                                                             | 12 | 4 | - | 4 | - | 4 |
| Тема 1.2. Основи проекційно-сіткових методів: елементи теорії операторних рівнянь і функціонального аналізу                              | 4  | 2 | - | - | - | 2 |
| Разом за розділом 1                                                                                                                      | 16 | 6 | - | 4 | - | 6 |
| <b>Розділ 2. Стаціонарні крайові задачі механіки деформівного твердого тіла</b>                                                          |    |   |   |   |   |   |
| Тема 2.1. Загальні співвідношення механіки суцільних середовищ                                                                           | 2  | 1 | - | - | - | 1 |
| Тема 2.2. Постановка крайових задач механіки деформівного твердого тіла                                                                  | 2  | 1 | - | - | - | 1 |
| Разом за розділом 2                                                                                                                      | 4  | 2 | - | - | - | 2 |
| <b>Розділ 3. Методи розв'язування стаціонарних крайових задач</b>                                                                        |    |   |   |   |   |   |
| Тема 3.1. Поняття про алгебраїзацію крайових задач                                                                                       | 2  | 1 | - | - | - | 1 |
| Тема 3.2. Основні аналітичні та чисельні методи розв'язування стаціонарних крайових задач                                                | 8  | 3 | - | 2 | - | 3 |
| Разом за розділом 3                                                                                                                      | 10 | 4 | - | 2 | - | 4 |
| <b>Розділ 4. Алгоритми методу скінченних різниць</b>                                                                                     |    |   |   |   |   |   |
| Тема 4.1. Наближення стаціонарних крайових задач методом скінченних різниць                                                              | 8  | 2 | - | 4 | - | 2 |
| Разом за розділом 4                                                                                                                      | 8  | 2 | - | 4 | - | 2 |
| <b>Розділ 5. Основи проекційного методу скінченних елементів</b>                                                                         |    |   |   |   |   |   |
| Тема 5.1. Ідея проекційного методу скінченних елементів (MCE)                                                                            | 2  | 1 | - | - | - | 1 |
| Тема 5.2. Апроксимації у скінченних елементах                                                                                            | 14 | 5 | - | 4 | - | 5 |
| Разом за розділом 5                                                                                                                      | 16 | 6 | - | 4 | - | 6 |
| <b>Розділ 6. Алгоритми розв'язування стаціонарних крайових задач методом скінченних елементів</b>                                        |    |   |   |   |   |   |
| Тема 6.1. Просторова апроксимація крайової задачі стаціонарної теплопровідності методом зважених похибок наближення із застосуванням MCE | 5  | 2 | - | 2 | - | 3 |
| Тема 6.2. Ітераційні скінченно-елементні алгоритми розрахунків стаціонарного теплового стану тіла при наявності нелінійності             | 11 | 2 | - | 6 | - | 3 |
| Тема 6.3. Алгоритми розрахунків стаціонарного напружено-деформованого стану в точці тіла: лінійні та нелінійні крайові задачі            | 12 | 6 | - | 2 | - | 4 |

|                                                                                                     |     |    |   |    |   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|---|----|---|----|
| Тема 6.4. Загальні алгоритми розв'язування крайових задач термопружності й термопластичності за МСЕ | 10  | 2  | - | 6  | - | 2  |
| Модульна контрольна робота                                                                          | 8   | -  | - | 2  | - | 6  |
| Разом за розділом 6                                                                                 | 48  | 12 | - | 18 |   | 18 |
| <b>Розділ 7. Алгебра скінченно-елементного наближення та систем лінійних алгебраїчних рівнянь</b>   |     |    |   |    |   |    |
| Тема 7.1. Чисельне диференціювання та інтегрування у скінченних елементах                           | 6   | 2  | - | 2  | - | 2  |
| Тема 7.2. "Збирання" систем лінійних алгебраїчних рівнянь у МСЕ, введення граничних умов            | 6   | 2  | - | 2  | - | 2  |
| Разом за розділом 7                                                                                 | 12  | 4  | - | 4  | - | 4  |
| Підготовка до заліку                                                                                | 6   | -  | - | -  | - | 6  |
| Всього годин                                                                                        | 120 | 36 | - | 36 | - | 48 |

### Лекційні заняття

| № | Теми лекційних занять та перелік основних питань                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Кількість |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | <b>Вступ</b><br>Загальні міркування. Предмет та задачі курсу. Чисельний експеримент – інструмент пізнання.<br><b>Тема 1.1. Наближені числа та обчислення. Похибки розрахунків</b> Наближені числа. Похибки, основні джерела похибок. Різновиди похибок наближеного числа. Джерела похибок.<br>Література: [4], Передмова, розділ 1.1. Конспект лекцій.<br>Завдання на СРС: [4], підрозділи 1.1 – 1.3.                                                                                            | 2         |
| 2 | Форми запису наближених чисел. Значуща цифра. Вірні знаки. Округлення чисел. Оцінка похибок при елементарних обчисленнях.<br>Загальні формули для похибок при обчисленнях функцій. Спосіб границь визначення похибок при обчисленнях функцій. Імовірна оцінка похибок. Оцінка похибок при обчисленнях на ЕОМ.<br>Література: [4], підрозділи 1.1 – 1.3. Конспект лекцій.<br>Завдання на СРС: [4], підрозділи 2.1 ... 2.4.                                                                        | 2         |
| 3 | <b>Тема 1.2. Основи проекційно-сіткових методів: елементи теорії операторних рівнянь і функціонального аналізу</b><br>Лінійні векторні простори (Банахові, Ермітові, Гільбертові, Евклідові, Соболева). Властивість повноти простору. Лінійні оператори у дійсному гільбертовому просторі, їх властивості.<br>Лінійні обмежені функціонали, функціональний простір, його властивості.<br>Література: [4], підрозділи 2.1 ... 2.4. Конспект лекцій.<br>Завдання на СРС: [4], підрозділи 2.5, 2.6. | 1         |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |   |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 4 | <p>Теореми наявності розв'язків, єдиничності та о мінімізації лінійного функціоналу. Нелінійні обмежені функціонали, варіаційне рівняння Ейлера.</p> <p>Про наближений розв'язок операторних рівнянь.</p> <p>Література: [4], розділи 2.5, 2.6. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], підрозділи 12.1 ... 12.4, 13.1.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1 |
| 5 | <p><b>Тема 2.1. Загальні співвідношення механіки суцільних середовищ</b></p> <p>Системи координат. Кінематичні співвідношення. Деформації. Рівняння балансу. Визначальні співвідношення. Загальні консервативні (енергетичні) принципи. Аксиоми Нолла.</p> <p>Література: [5], підрозділи 12.1 ... 12.4. Конспект лекцій.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 1 |
| 6 | <p><b>Тема 2.2. Постановка крайових задач механіки деформівного твердого тіла</b></p> <p>Постановка крайової задачі про стаціонарний тепловий стан тіл.</p> <p>Постановка крайових задач термпружності при статичному термосиловому навантаженні. Постановка крайових задач термпружнопластичності при статичному термосиловому навантаженні.</p> <p>Література: [5], підрозділи 13.2, 13.3. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], розділ 14.</p>                                                                                                                                                        | 1 |
| 7 | <p><b>Тема 3.1. Поняття про алгебраїзацію крайових задач</b></p> <p>Поняття про наближення (апроксимацію, алгебраїзацію) задачі.</p> <p>Література: [5], розділ 14. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], підрозділ 17.1.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 1 |
| 8 | <p><b>Тема 3.2. Основні аналітичні та чисельні методи розв'язування стаціонарних крайових задач</b></p> <p>Ідеї основних методів алгебраїзації крайових задач за просторовими змінними: наближення розв'язків крайових задач лінійною комбінацією базисних векторів. R-функції Рвачева. Ідея методу найменших квадратів; методу Релея-Рітца; методу Бубнова-Гальоркіна; методу зважених похибок наближення; застосування універсальних варіаційних принципів; "прямі" методи.</p> <p>Література: [5], розділ 17.1. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], розділ 15.</p>                                  | 3 |
| 9 | <p><b>Тема 4.1. Наближення стаціонарних крайових задач методом скінченних різниць</b></p> <p>Ідея методу скінченних різниць. Типи сіток. Сіткові функції. Різницеве наближення диференційних операторів: звичайних та з частинними похідними (класичні шаблони, точність різницевої апроксимації на них).</p> <p>Різницеве наближення основних крайових задач. Вимоги до різницевого розв'язку. Поняття про екстраполяцію за Ричардсоном. Переваги та недоліки методу скінченних різниць.</p> <p>Література: [5], розділ 15. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], розділ 19, підрозділи 20.1, 20.2.</p> | 2 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |   |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 10 | <p><b>Тема 5.1. Ідея проекційного методу скінченних елементів (МСЕ)</b><br/>Ідея методу скінченних елементів: елементарні локально визначені базисні функції; побудова системи алгебраїчних рівнянь для наближення функції методом скінченних елементів; про побудову системи алгебраїчних рівнянь для розв'язування стаціонарних крайових задач методом скінченних елементів. Переваги та недоліки методу скінченних елементів.</p> <p><b>Тема 5.2. Апроксимації у скінченних елементах</b><br/>Основні поняття, визначення. Симплексні моделі СЕ в евклідовому просторі: поняття симплексу; одновимірна симплексна модель СЕ; двовимірна симплексна модель СЕ; тривимірна симплексна модель СЕ.<br/>Література: [5], розділ 19, підрозділи 20.1, 20.2. Конспект лекцій.<br/>Завдання на СРС: [5], підрозділи 20.3 – 20.5.</p> | 2 |
| 11 | <p>Комплексні та мультиплексні моделі СЕ в евклідовому просторі. Параметричні моделі СЕ в евклідовому просторі: параметричні інтерполяційні функції одновимірних СЕ.<br/>Параметричні моделі СЕ в евклідовому просторі: параметричні інтерполяційні функції для дво– та тривимірних СЕ лагранжевого сімейства; параметричні інтерполяційні функції для дво– та тривимірних СЕ серендіпового сімейства.<br/>Ієрархічний підхід. Про похідні моделі СЕ.<br/>Література: [5], підрозділи 20.3 – 20.5. Конспект лекцій.<br/>Завдання на СРС: [5], підрозділи 20.6 ... 20.8.</p>                                                                                                                                                                                                                                                     | 2 |
| 12 | <p>СЕ з ермітовими поліномами для базисних функцій. Критерії збіжності при розв'язуванні методом скінченних елементів крайових задач, що мають диференційні оператори. Заключні зауваження.<br/>Література: [5], підрозділи 20.6 ... 20.8. Конспект лекцій.<br/>Завдання на СРС: [5], підрозділи 17.3.1, 21.1, 21.2.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 2 |
| 13 | <p><b>Тема 6.1. Просторова апроксимація крайової задачі стаціонарної теплопровідності методом зважених похибок наближення із застосуванням МСЕ</b><br/>Послаблена форма методу зважених похибок наближення для задачі теплопровідності.</p> <p><b>Тема 6.2. Ітераційні скінченно-елементні алгоритми розрахунків стаціонарного теплового стану тіла при наявності нелінійності</b><br/>Просторова алгебраїзація стаціонарної задачі теплопровідності на основі МСЕ. Алгоритми розв'язування нелінійної САР крайової задачі стаціонарної теплопровідності: алгоритм Ньютона-Рафсона; алгоритм простих ітерацій.<br/>Література: [5], підрозділи 17.3.1, 21.1, 21.2. Конспект лекцій.<br/>Завдання на СРС: [5], підрозділи 22.1, 22.2.</p>                                                                                        | 4 |
| 14 | <p><b>Тема 6.3. Алгоритми розрахунків стаціонарного напружено-деформованого стану в точці тіла: лінійні та нелінійні крайові задачі</b><br/>Матричний запис тензорних і векторних величин у МСЕ. Основні формули обчислення вектору напружень у точці тіла, задача є поставленою відносно переміщень; задача термопружності; урахування закону пружної зміни об'єму матеріалу.<br/>Література: [5], підрозділи 22.1, 22.2. Конспект лекцій.<br/>Завдання на СРС: [5], підрозділи 22.3.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 2 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |   |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 15 | <p>Побудовані на основі теорії пластичності Прандтля-Рейса алгоритми термопластичності ізотропного матеріалу з ізотропним зміцненням: застосування "миттєвої термомеханічної поверхні", вираженої через "стиснені" деформації; застосування „миттєвої термомеханічної поверхні”, вираженої через параметр Одквіста; приклад функції <math>H(\sigma, T, \sigma_v)</math>; умови активного навантаження, пружності, розвантаження.</p> <p>Література: [5], розділ 22.3. Конспект лекцій. Завдання на СРС: [5], підрозділи 23.1, 23.2.3.</p> | 4 |
| 16 | <p><b>Тема 6.4. Загальні алгоритми розв'язування крайових задач термопружності й термопластичності за МСЕ</b></p> <p>Отримання САР при розв'язуванні крайової задачі термопружності методом додаткових навантажень.</p> <p>Алгоритм розв'язування крайової задачі термопружності й термопластичності на основі методу додаткових навантажень: алгоритм Ньютона-Рафсона розв'язування нелінійних САР.</p> <p>Література: [5], підрозділи 23.1, 23.2.3. Конспект лекцій.</p> <p>Завдання на СРС: [5], підрозділи 24.1, 24.2.</p>            | 2 |
| 17 | <p><b>Тема 7.1. Чисельне диференціювання та інтегрування у скінченних елементах</b></p> <p>Відображення в МСЕ. Матриці базисних функцій і диференціювання у СЕ.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 2 |
|    | <p>Література: [5], підрозділи 24.1, 24.2. Конспект лекцій. Завдання на СРС: [5], підрозділи 24.3 – 24.5, 24.7.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |   |
| 18 | <p>Підінтегральні функції в СЕ, їхні властивості. Інтегрування у СЕ: точне та чисельне.</p> <p>Література: [5], підрозділи 24.3 – 24.5.</p> <p><b>Тема 7.2. "Збирання" систем лінійних алгебраїчних рівнянь у МСЕ, введення граничних умов</b></p> <p>Введення граничних умов у САР, яка породжена МСЕ: введення силових граничних умов; введення кінематичних граничних умов.</p> <p>Література: [5], підрозділ 24.7. Конспект лекцій.</p> <p>Заключне слово.</p> <p>Завдання на СРС: підготовка до заліку.</p>                          | 2 |

**Методика вивчення курсу:** прослуховування лекцій; підготовка необхідного теоретичного матеріалу до занять з комп'ютерного практикуму або лабораторної роботи; виконання робіт з комп'ютерного практикуму або лабораторних робіт; самостійна робота з літературою; підготовка до модульної контрольної роботи; виконання модульної контрольної роботи.

На роботи з комп'ютерного практикуму кожному студенту видається завдання в друкованому та/або електронному вигляді.

Індивідуальні консультації проводяться щотижня за розписом на кафедральному сайті <http://mmi-dmm.kpi.ua>.

#### **Платформа дистанційного навчання:**

Для більш ефективної комунікації з метою розуміння структури навчальної дисципліни і засвоєння матеріалу, а також на період локдауну внаслідок пандемії, використовується електронна пошта, електронний кампус КПІ, система Moodle та сервіс для проведення онлайн-нарад Zoom, Skype, Google Meet або інших, за допомогою яких:

- проводяться лекційні або інші заняття;
- спрощується розміщення та обмін навчальним матеріалом;
- здійснюється надання зворотного зв'язку зі студентами стосовно навчальних завдань та змісту навчальної дисципліни;

- оцінюються навчальні завдання студентів;
- ведеться облік виконання студентами плану навчальної дисципліни, графіку виконання навчальних завдань та їх оцінювання.

Докладні відомості – в установчих документах організації дистанційного навчання в КПІ ім.

Ігоря Сікорського:

- Положення про дистанційне навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського  
[https://document.kpi.ua/2020\\_7-73](https://document.kpi.ua/2020_7-73);
- Регламент проведення семестрового контролю в дистанційному режимі  
<https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/downloads/Reglament%20semestr%20control.pdf>.

## 6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента передбачає підготовку до лекційних занять та занять з комп'ютерного практикуму: попереднє ознайомлення із матеріалами за темою заняття, викладеними у джерелах літератури, та закріплення результатів заняття шляхом проведення числових розрахунків, розглянутих на занятті постановок задач при варіюванні вихідних параметрів (розмірів конструкції, її жорсткісних параметрів, величин і характеру прикладених навантажень) згідно із наданими викладачем рекомендацій. Для розглянутих прикладів розв'язання задач передбачається опитування щодо основних результатів та пояснення механічних ефектів, які спостерігаються при зміні вихідних даних.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### *Правила відвідування занять*

Відвідування лекцій, лабораторних та практичних занять, а також відсутність на них, фіксується але не оцінюється балами. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та при виконанні лабораторних робіт та завдань з комп'ютерного практикуму розвиваються навички, необхідні для виконання в майбутньому бакалаврської роботи, для розрахунків реальних об'єктів, модульної контрольної роботи та складання заліку.

Система оцінювання орієнтована на отримання балів за своєчасність виконання студентам лабораторних та практичних робіт, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

#### *Правила поведінки на заняттях*

При виконанні лабораторних робіт та робіт комп'ютерного практикуму дозволяється використання засобів зв'язку для пошуку інформації в інтернеті.

#### *Правила захисту лабораторних робіт та робіт комп'ютерного практикуму*

Кожна виконана лабораторна робота або робота комп'ютерного практикуму для докладної перевірки пересилається викладачу на його електронну пошту у термін, призначений викладачем. Вірно виконана робота зараховується як прийнята, про що студенту повідомляється у зручний спосіб, зокрема й за вимогою.

### **Порушення термінів виконання завдань та заохочувальні бали**

| Заохочувальні бали                                                                                |             | Штрафні бали                                            |             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------|-------------|
| Критерій                                                                                          | Ваговий бал | Критерій                                                | Ваговий бал |
| Своєчасне виконання лабораторної роботи або завдання комп'ютерного практикуму (за кожне завдання) | +1 бал      | Порушення термінів виконання роботи (за кожне завдання) | 0 балів     |

#### **Пропущені контрольні заходи**

Виконана лабораторна робота або виконане завдання комп'ютерного практикуму, що подається на перевірку з порушенням терміну виконання, але до терміну виставлення поточної атестації (або заліку), оцінюється зі штрафними балами.

Виконана лабораторна робота або виконане завдання комп'ютерного практикуму, що подається на перевірку з порушенням терміну виконання та після терміну виставлення поточної атестації, не оцінюється.

#### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### **Навчання іноземною мовою**

Навчальна дисципліна "Проекційно-сіткові методи в механіці" не передбачає її вивчення англійською мовою.

#### **Інклюзивне навчання**

Навчальна дисципліна "Проекційно-сіткові методи в механіці" може викладатися для більшості студентів з особливими освітніми потребами, окрім осіб з серйозними вадами зору, які не дозволяють виконувати завдання за допомогою персональних комп'ютерів, ноутбуків та/або інших технічних засобів.

### **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

Поточний контроль: *експрес-опитування, опитування за темою заняття, тест, модульна контрольна робота, тощо.*

Календарний контроль (*атестація*): *проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.*

Семестровий контроль: *залік.*

### Види контролю та бали за кожен елемент контролю:

| № з/п  | Контрольний захід          | %  | Ваговий бал | Кіл-ть | Всього |
|--------|----------------------------|----|-------------|--------|--------|
| 1.     | Лабораторні роботи         | 36 | 6           | 6      | 36     |
| 2.     | Модульна контрольна робота | 24 | 24          | 1      | 24     |
| 3.     | Залік                      | 40 | 40          | 1      | 40     |
| Всього |                            |    |             |        | 100    |

### Контрольний захід (модульна контрольна робота, залік), оцінювання дистанційного навчання

#### 1. Контрольний захід

| № з/п                                                            | Контрольний захід                                                           | %  | Ваговий бал | Кіл-ть | Всього |
|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----|-------------|--------|--------|
| 1.                                                               | Відповідь правильна (не менше 90% потрібної інформації)                     | 90 | 30          | 3      | від 90 |
| 2.                                                               | Несуттєві помилки у відповіді (не менше 75% потрібної інформації)           | 75 | 25          | 3      | від 75 |
| 3.                                                               | Є недоліки у відповіді та певні помилки (не менше 60% потрібної інформації) | 60 | 20          | 3      | від 60 |
| 4.                                                               | Відповідь на тестове запитання з варіантами відповідей                      | 10 | 10          | 1      | від 10 |
| 5.                                                               | Відповідь відсутня або не правильна                                         | 0  | 0           | 3      | 0      |
| Максимальна кількість балів                                      |                                                                             |    |             |        | 100    |
| Отримана кількість балів                                         |                                                                             |    |             |        | N      |
| Набрана кількість балів для поточного та семестрового оцінювання |                                                                             |    |             |        | N*k    |

Значення коефіцієнта k:

- модульна контрольна робота
- залік

$k=0.24$ ;  
 $k=0.40$ .

Результати оголошуються кожному студенту окремо у присутності або в дистанційній формі (у системі Moodle або е-поштою).

#### 2. Дистанційне навчання

Виставлення оцінки за дистанційне навчання шляхом перенесення результатів проходження онлайн-курсів у системі Moodle передбачено лише для контрольних запитань і результатів тестування за виконання індивідуального завдання.

Виставлення оцінки за контрольні заходи (роботи комп'ютерного практикуму, поточні контрольні роботи) шляхом перенесення результатів проходження онлайн-курсів не передбачено.

| № з/п  | Дистанційне навчання                                              | %  | Ваговий бал | Кіл-ть | Всього |
|--------|-------------------------------------------------------------------|----|-------------|--------|--------|
| 1.     | Відповідь на контрольні запитання в онлайн-системі Webex або Zoom | 40 | 10          | 4      | 40     |
| 2.     | Відповідь на тести у системі Moodle                               | 50 | 10          | 5      | 50     |
| 3.     | Вчасність проходження дистанційного навчання                      | 10 | 10          | 1      | 10     |
| Всього |                                                                   |    |             |        | 100    |

У разі виявлення академічної не доброчесності під час дистанційного навчання – контрольний захід не враховується, студент до захисту не допускається.

### Календарний рубіжний контроль

Проміжна атестація студентів (далі – атестація) є календарним рубіжним контролем. Метою проведення атестації є підвищення якості навчання студентів та моніторинг виконання графіка освітнього процесу.

| Критерій                  |                                          |                            | Перша атестація | Друга атестація |
|---------------------------|------------------------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|
| Термін атестації          |                                          |                            | 8-ий тиждень    | 14-ий тиждень   |
| Умови отримання атестації | Поточний рейтинг                         |                            | ≥ 15 балів      | ≥ 30 балів      |
|                           | Виконання робіт комп'ютерного практикуму | Роботи № 1-3               | +               | +               |
|                           |                                          | Роботи №4-6                | –               | +               |
|                           | Виконання модульної контрольної роботи   | Модульна контрольна робота | -               | -               |

### Семестровий контроль

| Обов'язкова умова допуску до заліку |                  | Критерій |
|-------------------------------------|------------------|----------|
| 1                                   | Поточний рейтинг | RD ≥ 40  |

### Умови допуску до семестрового контролю:

1. Виконання всіх лабораторних робіт;
2. Позитивний результат першої атестації та/або другої атестації;
3. Відвідування 60% лекційних занять.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| <i>Кількість балів</i>    | <i>Оцінка</i> |
|---------------------------|---------------|
| 100-95                    | Відмінно      |
| 94-85                     | Дуже добре    |
| 84-75                     | Добре         |
| 74-65                     | Задовільно    |
| 64-60                     | Достатньо     |
| Менше 60                  | Незадовільно  |
| Не виконані умови допуску | Не допущено   |

### 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- *перелік питань, які виносяться на семестровий контроль:* надається лектором наприкінці семестру, відповідає змісту реально проведених занять.
- *можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою:* можливо у випадку відповідності змісту цих курсів програмі дисципліни не менш ніж на 80 відсотків.

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

**Складено** професор, д.т.н., проф. Рудаков К.М.; ст. викладач, к.т.н. Дифучин Ю.М.

**Ухвалено** кафедрою ДММ та ОМ (протокол № 5 від 16 грудня 2021 р.)

**Погоджено** Методичною комісією НН ММІ (протокол № 5 від 17 грудня 2021 р.)