



Методи розв'язування крайових задач

СИЛАБУС

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	13 Механічна інженерія
Спеціальність	131 Прикладна механіка
Освітня програма	Динаміка і міцність машин
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна(денна)/дистанційна/змішана
Рік підготовки, семестр	3 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	4 кредити ЕКТС (120 годин), з них лекції 36 годин, практичні заняття 36 годин, самостійна робота 48 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Модульна контрольна робота Залік
Розклад занять	Згідно з розкладом
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна Практичні: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна annzhuravsky@ukr.net
Розміщення курсу	Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна відноситься до вибіркового компонента професійної підготовки факультетського каталогу.

1.2. Мета навчальної дисципліни

Метою навчальної дисципліни є підготовка фахівця, який має базові компетенції з побудови математичних моделей, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними; знання основних математичних методів розв'язування та дослідження початково-крайових задач для рівнянь математичної фізики; аналіз результатів.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів **компетентностей**:

- до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- виявляти, ставити та вирішувати проблеми;
- застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

1.3. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – початково-крайові задачі для диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку, початково-крайові задачі для диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку, аналіз отриманих результатів.

1.4. Результати навчання

ЗНАННЯ:

- постановки основних крайових задач для ДРЧП;
- фізичного змісту основних задач математичної фізики та розв'язків цих задач;

- основних методів розв’язування крайових задач для ДРЧП другого порядку (методу Ейлера-Фур’є, методу інтегральних перетворень, методу функції Гріна, методу теорії потенціалів, методу збурень);

УМІННЯ:

- розв’язувати крайові задачі для ДРЧП другого порядку методом Ейлера-Фур’є;
- застосовувати спеціальні функції до розв’язування крайових задач;
- розв’язувати крайові задачі для ДРЧП другого порядку методом функції Гріна;
- розв’язувати крайові задачі для ДРЧП другого порядку методом інтегральних перетворень;
- розв’язувати крайові задачі для ДРЧП другого порядку методами теорії потенціалів;
- робити фізичний аналіз результатів розв’язування.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Перелік дисциплін або знань та умінь, володіння якими необхідні здобувачу вищої освіти для успішного засвоєння дисципліни	Перелік дисциплін, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни
Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання набуті в процесі вивчення таких курсів: «Лінійна алгебра і аналітична геометрія», «Вища математика», «Фізика» та «Рівняння в частинних похідних для інженерів».	• Спеціальні дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей «Теорія пружності» «Теорія коливань та стійкості руху» «Теорія пластичності та повзучості» • Дипломне проектування • Курсові проекти з дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей • Науково-дослідна практика

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Метод Ейлера-Фур’є

Тема 1.1. Застосування методу Ейлера-Фур’є до розв’язування крайових задач

Тема 1.2. Спеціальні функції.

Тема 1.3. Крайові задачі в циліндричних та сферичних координатах

Розділ 2. Метод функції Гріна

Тема 2.1. Метод функції Гріна для рівняння дифузії

Тема 2.2. Метод функції Гріна для рівняння Лапласа

Розділ 3. Метод інтегральних перетворень

Тема 3.1. Перетворення Лапласа

Тема 3.2. Перетворення Фур’є

Тема 3.3. Перетворення Ганкеля

Розділ 4. Теорія потенціалу

Тема 4.1. Об’ємний потенціал

Тема 4.2. Поверхневий потенціал

Розділ 5. Метод збурень

Тема 5.1. Метод збурень та його застосування

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Журавська Г.В. Класичні методи розв’язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2017. – 258 с. <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19879>
2. Адамян В.М. Вступ до математичної фізики. Варіаційне числення та крайові задачі навчальний посібник для студентів фізичних та інженерно-фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів/ Адамян В.М., Сушко М.Я. - Одеса : Астропринт, 2014,- 376с. - - ISBN:978-966-190-912-9

Допоміжна література

- Лопушанська Г.П. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: навчальний посібник/ Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О.- Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2012. - 362 с.
- Перестюк М.О. Збірник задач з математичної фізики: навч. посібник/ Перестюк М.О., Маринець В.В., Рого В.Л. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2012, -252 с.
- І.Д. Пукальський, І.П. Лусте Крайові задачі для параболічних рівнянь другого порядку: навч. посібник. - Чернівці: Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2021. 284 с.
- Ken F. Riley Mathematical Methods for Physics and Engineering / Ken F. Riley, Mike P. Hobson, Stephen J. Bence - Cambridge University Press, 2018, - 1362 p., - ISBN-10: 0521139872
- Івасишен С.Д. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики/ Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. – Чернівці, Видавничий дім «Родовід», 2015. – 357 с.

Навчальний контент

1. Методика опанування навчальної дисципліни

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

1.1. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач</u> Розв'язування неоднорідних початково-крайових задач для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності. Задачі з неоднорідними крайовими умовами
2	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач (продовження)</u> Розв'язування початково-крайових задач в прямокутнику Початково-крайові задачі для ДРЧП в циліндричній та сферичній системах координат
3	<u>Спеціальні функції</u> Поняття про ортогональні системи функцій Циліндричні функції та їх властивості Функції Бесселя, Неймана, Ганкеля
4	<u>Спеціальні функції</u> Поліноми Лежандра. Приєднані поліноми Лежандра Сферичні функції та їх властивості
5	<u>Крайові задачі в циліндричних та сферичних координатах</u> Застосування циліндричних функцій до розв'язування крайових задач для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності в крузі та циліндрі
6	<u>Крайові задачі в циліндричних та сферичних координатах (продовження)</u> Розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в крузі та кільці
7	<u>Крайові задачі в циліндричних та сферичних координатах (продовження)</u> Застосування сферичних функцій до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в кулі
8	<u>Метод функції Гріна для рівняння дифузії</u> Розв'язування задачі Коші для рівняння дифузії Поняття функції Гріна. Застосування
9	<u>Метод функції Гріна для рівняння Лапласа</u> Перша та друга формули Гріна Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа на площині та у просторі.
10	<u>Метод функції Гріна для рівняння Лапласа (продовження)</u> Функція Гріна задачі Неймана на площині та у просторі
11	<u>Метод функції Гріна для рівняння Лапласа (продовження)</u> Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа для круга та кулі. Інтеграл Пуассона та його застосування

12	<u>Метод функції Гріна для рівняння Лапласа (продовження)</u> Застосування конформних відображень для побудови функції Гріна на площині
13	<u>Метод інтегральних перетворень</u> Перетворення Лапласа та його застосування до розв'язування крайових задач Перетворення Фур'є та його застосування до розв'язування крайових задач
14	<u>Метод інтегральних перетворень</u> Перетворення Ганкеля та його застосування до розв'язування крайових задач Інтегральних перетворення Мелліна, Лежандра, Мелера-Фока, Конторовича-Лебедева
15	<u>Об'ємний потенціал</u> Основні поняття та означення теорії потенціалів Об'ємний потенціал. Застосування
16	<u>Поверхневий потенціал</u> Потенціали простого та подвійного шарів
17	<u>Застосування теорії потенціалів</u> Зведення крайових задач до інтегральних рівнянь Умови існування розв'язків крайових задач для рівняння Лапласа
18	<u>Метод збурень та його застосування</u> Поняття про асимптотичні методи розв'язування крайових задач. Метод збурень Приклади застосування

1.2. Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування початково-крайових задач з неоднорідними крайовими умовами.
2	Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування початково-крайових задач в прямокутнику
3	Циліндричні функції та їх властивості
4	Сферичні функції та їх властивості
5	Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності в крузі та циліндрі.
6	Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в крузі, в кільці та зовні круга.
7	Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в кулі та зовні кулі
8	Контрольна робота 1.
9	Метод функції Гріна для рівняння дифузії
10	Метод функції Гріна для задачі Діріхле на площині та у просторі
11	Метод функції Гріна для задачі Неймана на площині та у просторі
12	Метод функції Гріна для задачі Діріхле в крузі та кулі
13	Застосування перетворення Лапласа та Фур'є до розв'язування крайових задач
14	Застосування перетворення Ганкеля, Мелліна, Лежандра, Мелера-Фока, Конторовича-Лебедева до розв'язування крайових задач
15	Контрольна робота 2
16	Потенціали об'єму. Застосування до розв'язування крайових задач
17	Потенціали простого та подвійного шару. Застосування до розв'язування крайових задач
18	Залік

2. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи, підготовка до заліку. Перевірку рівня вивчення матеріалу доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

1. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1.1. Форми роботи

Лекції проводяться з використанням наочних засобів представлення матеріалу та з використанням методичних матеріалів, доступ до яких наявний у здобувачів вищої освіти. Студенти отримують всі матеріали через e-mail, кампус чи telegram-групу.

Студенти залучаються до обговорення лекційного матеріалу та задають питання, щодо його сутності.

На практичних заняттях застосовуються форми індивідуальної та колективної роботи для реалізації завдань викладача на набуття навичок самостійної практичної роботи.

1.2. Правила відвідування занять

Заняття можуть проводитись в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн в синхронному режимі з використанням засобів відеозв'язку (Zoom або Skype). Проведення занять онлайн повинне бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про причини можливого пропуску контрольного заходу.

Якщо завчасно повідомити не вдалось, здобувач вищої освіти протягом одного тижня має зв'язатись із викладачем для погодження форми і порядку усунення заборгованості.

2. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

2.1. Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- роботу на практичних заняттях (15 занять);
- дві контрольні роботи (тривалістю 90 хвилин);
- розрахункову роботу.

2.2. Критерії нарахування балів

2.2.1. Робота на практичних заняттях — 3.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 3 балів;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 2 бали;
- відповідь на запитання, знання необхідних методів та формул, але невпевнене використання — 1,5-0,5 бали;
- незнання формул та методів — 0 балів.

Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює $3 \text{ бали} \times 5 \text{ занять} = 15 \text{ балів}$.

У випадку дистанційного навчання бали за роботу на практичних заняттях нараховуються за виконання студентами протягом семестру додаткових завдань.

2.2.2. Контрольна робота — 20 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 18-20 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 15-17 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки — 12-14 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 12 балів) — 0 балів.

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює:

$$(20 \text{ балів} \times 2) = 40 \text{ балів.}$$

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom або Skype (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем).

Студентам висилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.2.3. Розрахункова робота — 45 балів.

- виконані всі вимоги до роботи — 40-45 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 32-44 бали;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 27-31 бал;
- завдання не виконане або є грубі помилки — 0 балів.

Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається не допущеним до заліку основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до заліку додаткової сесії повинен здати та захистити свою розрахункову роботу. У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

2.2.4. Штрафні та заохочувальні бали

- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.
- за кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) балів.

2.3. Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 17 балів та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації). Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 34 бали та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації).

2.4. Сума рейтингових балів, отриманих студентом протягом семестру переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею. Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи. Якщо сума балів менш ніж 60, студент виконує залікову контрольну роботу. У цьому разі бали за залікову контрольну роботу переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею.

Залікова робота представляє собою контрольну роботу тривалістю 90 хвилин, чотири завдання якої оцінюються в 25 балів кожне відповідно до системи оцінювання:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 23-25 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 18-22 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 15-17 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 15 балів) – 0 балів.

Під час заліку забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

Після залікової роботи за рішенням викладача може бути проведене співбесіда з деякими студентами.

2.5. Студент, який у семестрі отримав не менш ніж 60 балів, може прийняти участь у заліковій контрольній роботі. У цьому разі, бали отримані ним на контрольній роботі є остаточними.

2.6. Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок.

Бали	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу	Не допущено

Силабус:

Складено кандидатом фіз.-мат.наук, доцентом Журавською Ганною Вікторівною

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь

(протокол №11 від 29.08.22)

Погоджено Методичною комісією MMI (протокол №9 від 7.07.22)