



# Математичне моделювання процесів коливання і теплопровідності

## СИЛАБУС

### Реквізити навчальної дисципліни

|                                                   |                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Рівень вищої освіти                               | <i>Перший (бакалаврський)</i>                                                                                                                                                |
| Галузь знань                                      | <i>13 Механічна інженерія</i>                                                                                                                                                |
| Спеціальність                                     | <i>131 Прикладна механіка</i>                                                                                                                                                |
| Освітня програма                                  | <i>Динаміка і міцність машин</i>                                                                                                                                             |
| Статус дисципліни                                 | <i>Вибіркова</i>                                                                                                                                                             |
| Форма навчання                                    | <i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>                                                                                                                                       |
| Рік підготовки, семестр                           | <i>3 курс, осінній семестр</i>                                                                                                                                               |
| Обсяг дисципліни                                  | <i>4 кредити ЕКТС (120 годин), з них лекції 36 годин, практичні заняття 36 годин, самостійна робота 48 годин</i>                                                             |
| Семестровий контроль/<br>контрольні заходи        | <i>Модульна контрольна робота<br/>Залік</i>                                                                                                                                  |
| Розклад занять                                    | <i>Згідно з розкладом</i>                                                                                                                                                    |
| Мова викладання                                   | <i>Українська</i>                                                                                                                                                            |
| Інформація про<br>керівника курсу /<br>викладачів | <i>Лектор: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна<br/>Практичні: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна<br/>annzhuravsky@ukr.net</i> |
| Розміщення курсу                                  | <i>Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому<br/>занятті</i>                                                                                        |

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

##### 1.1. Опис навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна відноситься до вибірових компонентів професійної підготовки факультетського каталогу.

##### 1.2. Мета навчальної дисципліни

Метою навчальної дисципліни є підготовка фахівця, який має базові компетенції з побудови математичних моделей, які описують процеси коливання та теплопровідності; знання основних методів розв'язування та дослідження зазначених математичних моделей; аналіз результатів.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів **компетентностей**:

- до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- виявляти, ставити та вирішувати проблеми;
- застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

##### 1.3. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – математичні моделі нестационарних процесів коливання та теплопровідності, крайові задачі для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності, методи розв'язування таких крайових задач, аналіз отриманих результатів.

## 1.4. Результати навчання

### ЗНАННЯ:

- методів математичного моделювання;
- математичне моделювання механічних коливань;
- математичних моделей процесів коливання та теплопровідності;
- фізичного змісту основних задач для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності та розв'язків цих задач;
- основних методів розв'язування математичних моделей у вигляді крайових задач для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності (методи характеристик, відокремлення змінних та скінчених різниць);

### УМІННЯ:

- складати математичну модель фізичної задачі у формі відповідної задачі для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності;
- розв'язувати основні задачі для хвильового рівняння та рівняння теплопровідності методами характеристик, відокремлення змінних та скінчених різниць;
- робити фізичний аналіз результатів розв'язування математичних моделей.

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

| Перелік дисциплін або знань та умінь, володіння якими необхідні здобувачу вищої освіти для успішного засвоєння дисципліни                                            | Перелік дисциплін, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання набуті в процесі вивчення таких курсів: «Лінійна алгебра і аналітична геометрія», «Вища математика» та «Фізика». | <ul style="list-style-type: none"><li>• Спеціальні дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей<br/>«Теорія пружності»<br/>«Теорія коливань та стійкості руху»<br/>«Теорія пластичності та повзучості»</li><li>• Дипломне проектування</li><li>• Курсові проекти з дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей</li><li>• Науково-дослідна практика</li></ul> |

## 3. Зміст навчальної дисципліни

### **Розділ 1. Математичне моделювання механічних коливань**

Тема 1.1. Математичне моделювання механічних коливань

### **Розділ 2. Математичне моделювання процесів коливання на прямій**

Тема 2.1. Основні поняття та означення теорії рівнянь математичної фізики

Тема 2.2. Математичне моделювання процесів коливання на прямій

Тема 2.3. Вивчення малих коливань струн методом характеристик

Тема 2.4. Вивчення коливних процесів методом відокремлення змінних

### **Розділ 3. Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії на прямій**

Тема 3.1. Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії на прямій

Тема 3.2. Вивчення процесів теплопровідності та дифузії в скінченому стержні методом відокремлення змінних

### **Розділ 4. Математичне моделювання процесів коливання та теплопровідності на площині та у просторі**

Тема 4.1. Коливання прямокутної мембрани

Тема 4.2. Коливання круглої мембрани

Тема 4.3. Поширення тепла у однорідному циліндрі

Тема 4.4. Поширення хвиль у просторі

### **Розділ 5. Чисельні методи розв'язування крайових задач**

Тема 5.1. Основні поняття методу скінчених різниць

Тема 5.2. Застосування методу скінчених різниць до хвильового рівняння

Тема 5.3. Застосування методу скінчених різниць до рівняння теплопровідності

### **Розділ 6. Зведення рівнянь теорії пружності до хвильових рівнянь**

Тема 6.1. Зведення рівнянь теорії пружності до хвильових рівнянь

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова література

1. Чуйко Г. П. Математичне моделювання систем і процесів : [навчальний посібник] / Г. П. Чуйко, О. В. Дворник, О. М. Яремчук. – Миколаїв : Вид-во ЧДУ імені Петра Могили, 2015. – 244 с. - ISBN 978-966-336-340-0
2. Гой Т.П. Наближені методи розв'язування диференціальних рівнянь. Навчальний посібник для студентів напрямів підготовки “математика” та “прикладна математика” / Гой Т.П., Копач М.І., Федак І.В. – Івано-Франківськ: Видавничо-дизайнерський відділ Центру інформаційних технологій Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2010. – 148 с.

##### Допоміжна література

3. Журавська Г.В. Класичні методи розв'язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2017. – 258 с. <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19879>
4. Івасишен С.Д. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики/ Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. – Чернівці, Видавничий дім «Родовід», 2015. – 357 с.
5. Перестюк М.О. Збірник задач з математичної фізики: навч. посібник/ Перестюк М.О., Маринець В.В., Рого В.Л. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2012, -252 с.
6. Методи математичної фізики. Частина 2. Математичні моделі деяких поширених фізичних процесів. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальностей 104 Фізика та астрономія, 111 Математика / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. В. С. Герасимчук. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 38 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46095>
7. Адамян В.М. Вступ до математичної фізики. Варіаційне числення та крайові задачі навчальний посібник для студентів фізичних та інженерно-фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів/ Адамян В.М., Сушко М.Я. - Одеса : Астропринт, 2014,- 376с. - - ISBN:978-966-190-912-9
8. Thomas Witelski Methods of Mathematical Modelling/ Thomas Witelski - Springer Nature, 2015, - 305 p.- ISBN-10 : 3319230417

#### Навчальний контент

##### 1. Методика опанування навчальної дисципліни

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

##### 1.1. Лекційні заняття

| № | Назва теми лекції та перелік основних питань                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | <u>Математичне моделювання механічних коливань</u><br>Диференціальне рівняння механічних коливань<br>Поняття гармонічних коливань<br>Вільні та вимушені коливання<br>Поняття резонансу                                                                                                                                                                                                      |
| 2 | <u>Основні поняття та означення теорії рівнянь математичної фізики</u><br>Методи побудови математичних моделей<br>Основні рівняння математичної фізики. Крайові та початкові умови<br>Поняття розв'язку крайової задачі<br><u>Математичне моделювання процесів коливання на прямій</u><br>Рівняння коливання струни<br>Коливання струни в середовищі з опором<br>Крайові та початкові умови |
| 3 | <u>Математичне моделювання процесів коливання на прямій (продовження)</u><br>Повздовжні коливання стержня<br>Крутильні коливання валу                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 4 | <u>Вивчення малих коливань струн методом характеристик</u><br>Коливання необмеженої та напівобмеженої струни<br>Формула Даламбера                                                                                                                                                                                                                                                           |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | Поширення хвиль відхилення<br>Поширення хвиль імпульсу                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 5  | <u>Вивчення коливних процесів методом відокремлення змінних</u><br>Загальна схема методу відокремлення змінних<br>Поняття про власні функції<br>Ортогональність власних функцій та обчислення коефіцієнтів Фур'є<br>Вивчення вільних коливань скінченої струни методом відокремлення змінних<br>Поняття про стоячі хвилі. Принцип суперпозиції стоячих хвиль |
| 6  | <u>Вивчення коливних процесів методом відокремлення змінних (продовження)</u><br>Вивчення вимушених коливань скінченої струни методом відокремлення змінних<br>Коливання струн музичних інструментів<br>Інтеграл енергії для звукових хвиль                                                                                                                  |
| 7  | <u>Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії на прямій</u><br>Рівняння теплопровідності<br>Рівняння дифузії<br>Крайові та початкові умови                                                                                                                                                                                                 |
| 8  | <u>Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії на прямій (продовження)</u><br>Теплопровідність в стержні при теплообміні через бічну поверхню<br>Крайові та початкові умови                                                                                                                                                                 |
| 9  | <u>Вивчення процесів теплопровідності та дифузії в скінченному стержні методом відокремлення змінних</u><br>Поширення тепла в стержні у випадку сталої температури на кінцях або теплоізоляції кінців                                                                                                                                                        |
| 10 | <u>Математичне моделювання процесів коливання та теплопровідності на площині та у просторі</u><br>Рівняння коливання мембрани. Крайові та початкові умови<br>Постановка задачі про поширення тепла у однорідному циліндрі<br>Оператор Лапласа в циліндричній та сферичній системах координат                                                                 |
| 11 | <u>Коливання прямокутної мембрани</u><br>Метод відокремлення змінних для коливання прямокутної мембрани<br>Стоячі хвилі прямокутної мембрани                                                                                                                                                                                                                 |
| 12 | <u>Коливання круглої мембрани</u><br>Метод відокремлення змінних для коливання круглої мембрани<br>Поняття про функції Бесселя<br>Стоячі хвилі круглої мембрани                                                                                                                                                                                              |
| 13 | <u>Поширення тепла у однорідному циліндрі</u><br>Метод відокремлення змінних для задачі про поширення тепла у однорідному циліндрі<br>Фізична інтерпретація розв'язку                                                                                                                                                                                        |
| 14 | <u>Поширення хвиль у просторі</u><br>Задачі з початковими умовами для рівняння коливань у просторі та на площині<br>Інтегральні формули для розв'язків<br>Фізична інтерпретація<br>Принцип Гюйгенса                                                                                                                                                          |
| 15 | <u>Чисельні методи розв'язування крайових задач</u><br>Основні поняття методу скінчених різниць<br>Стійкість. Збіжність та точність.                                                                                                                                                                                                                         |
| 16 | <u>Чисельні методи розв'язування крайових задач (продовження)</u><br>Застосування методу скінчених різниць до хвильового рівняння                                                                                                                                                                                                                            |
| 17 | <u>Чисельні методи розв'язування крайових задач (продовження)</u><br>Застосування методу скінчених різниць до рівняння теплопровідності                                                                                                                                                                                                                      |
| 18 | <u>Зведення рівнянь теорії пружності до хвильових рівнянь</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

## 1.2. Практичні заняття

| № | Назва теми заняття та перелік основних питань                                      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Математичне моделювання механічних коливань звичайними диференціальними рівняннями |
| 2 | Математичне моделювання процесів коливання                                         |
| 3 | Математичне моделювання процесів коливання (продовження)                           |

|    |                                                                                                                |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4  | Вивчення малих коливань струн методом характеристик. Побудова профілю струни                                   |
| 5  | Вивчення вільних коливань скінченої струни методом відокремлення змінних                                       |
| 6  | Вивчення вимушених коливань скінченої струни методом відокремлення змінних                                     |
| 7  | Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії                                                   |
| 8  | Математичне моделювання процесів теплопровідності та дифузії (продовження)                                     |
| 9  | Вивчення процесів теплопровідності та дифузії в скінченому стержні методом відокремлення змінних               |
| 10 | Вивчення процесів теплопровідності та дифузії в скінченому стержні методом відокремлення змінних (продовження) |
| 11 | Контрольна робота 1.                                                                                           |
| 12 | Вільні та вимушені коливання прямокутної мембрани                                                              |
| 13 | Вільні та вимушені коливання круглої мембрани                                                                  |
| 14 | Хвильове рівняння у просторі та на площині                                                                     |
| 15 | Контрольна робота 2.                                                                                           |
| 16 | Застосування методу скінчених різниць до хвильового рівняння                                                   |
| 17 | Застосування методу скінчених різниць до рівняння теплопровідності                                             |
| 18 | Залік                                                                                                          |

## 2. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи, підготовка до заліку. Перевірку рівня вивчення матеріалу доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

### Політика та контроль

#### 1. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### 1.1. Форми роботи

Лекції проводяться з використанням наочних засобів представлення матеріалу та з використанням методичних матеріалів, доступ до яких наявний у здобувачів вищої освіти. Студенти отримують всі матеріали через e-mail, кампус чи telegram-групу.

Студенти залучаються до обговорення лекційного матеріалу та задають питання, щодо його сутності.

На практичних заняттях застосовуються форми індивідуальної та колективної роботи для реалізації завдань викладача на набуття навичок самостійної практичної роботи.

##### 1.2. Правила відвідування занять

Заняття можуть проводитись в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн в синхронному режимі з використанням засобів відеозв'язку (Zoom або Skype). Проведення занять онлайн повинне бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про причини можливого пропуску контрольного заходу.

Якщо завчасно повідомити не вдалось, здобувач вищої освіти протягом одного тижня має зв'язатись із викладачем для погодження форми і порядку усунення заборгованості.

#### 2. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**2.1.** Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- роботу на практичних заняттях (15 занять);
- дві контрольні роботи (тривалістю 90 хвилин);
- розрахункову роботу.

##### 2.2. Критерії нарахування балів

###### 2.2.1. Робота на практичних заняттях — 3.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 3 балів;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 2 бали;

- відповідь на запитання, знання необхідних методів та формул, але невпевнене використання — 1,5-0,5 бали;
- незнання формул та методів — 0 балів.

Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює  $3 \text{ бали} \times 5 \text{ занять} = 15 \text{ балів}$ .

У випадку дистанційного навчання бали за роботу на практичних заняттях нараховуються за виконання студентами протягом семестру додаткових завдань.

#### **2.2.2. Контрольна робота** — 20 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 18- 20 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 15-17 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 12-14 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 12 балів) – 0 балів.

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює:

$$(20 \text{ балів} \times 2) = 40 \text{ балів.}$$

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom або Skype (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем).

Студентам висилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, то вважається, що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

#### **2.2.3. Розрахункова робота** — 45 балів.

- виконані всі вимоги до роботи – 40-45 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки – 32-44 бали;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки – 27-31 бал;
- завдання не виконане або є грубі помилки – 0 балів.

Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається не допущеним до заліку основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до заліку додаткової сесії повинен здати та захистити свою розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

#### **2.2.4. Штрафні та заохочувальні бали**

- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.
- за кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) балів.

**2.3.** Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 17 балів та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації). Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 34 бали та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації).

**2.4.** Сума рейтингових балів, отриманих студентом протягом семестру переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею. Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи. Якщо сума балів менш ніж 60, студент виконує залікову контрольну роботу. У цьому разі бали за залікову контрольну роботу переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею.

Залікова робота представляє собою контрольну роботу тривалістю 90 хвилин, чотири завдання якої оцінюються в 25 балів кожне відповідно до системи оцінювання:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 23-25 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 18-22 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 15-17 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 15 балів) – 0 балів.

Під час заліку забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

Після залікової роботи за рішенням викладача може бути проведене співбесіда з деякими студентами.

**2.5.** Студент, який у семестрі отримав не менш ніж 60 балів, може прийняти участь у заліковій контрольній роботі. У цьому разі, бали отримані ним на контрольній роботі є остаточними.

**2.6.** Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок.

| <b>Бали</b>                          | <b>Оцінка</b> |
|--------------------------------------|---------------|
| 95-100                               | Відмінно      |
| 85-94                                | Дуже добре    |
| 75-84                                | Добре         |
| 65-74                                | Задовільно    |
| 60-64                                | Достатньо     |
| Менше 60                             | Незадовільно  |
| Не зараховано<br>розрахункову роботу | Не допущено   |

**Силабус:**

**Складено** кандидатом фіз.-мат.наук, доцентом Журавською Ганною Вікторівною

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь

(протокол №11 від 29.08.22)

**Погоджено** Методичною комісією MMI (протокол №9 від 7.07.22)