



ТЕОРІЯ ПРУЖНОСТІ. ЧАСТИНА 2.

КРАЙОВІ ЗАДАЧІ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	13 Механічна інженерія
Спеціальність	131 Прикладна механіка
Освітня програма	Динаміка і міцність машин
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	3-й курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	135 годин / 4,5 кредитів (лекції – 36 год.; практичні заняття – 36 год.; самостійна робота – 63 год.)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/?groupId=643f5371-98b5-4620-95aa-b0cb0062550e
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., проф., Бабенко Андрій Єлісейович Практичні: д.т.н., проф., Бабенко Андрій Єлісейович, к.т.н., Коваль Віктор Вікторович, mdpm@ukr.net .

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Теорія пружності в першу чергу повинна сформулювати задачу механіки деформованого тіла і надати їй математичну форму, виконання цього завдання забезпечується задачами аналізу напруженого стану, аналізу деформованого стану, використанням законів термодинаміки для встановлення зв'язку між напруженнями і деформаціями. Синтез результатів цих задач дає можливість одержати загальні рівняння термопружності. Задача визначення напружено - деформованого стану може бути сформульована як у формі диференціальних рівнянь, так і у формі мінімакських задач. Така постановка виконується за допомогою варіаційних принципів теорії пружності. Після того, як задача теорії пружності поставлена математично, встановлюються її загальні властивості і розглядаються загальні розв'язки задач теорії пружності.

Оскільки можливості розв'язку задач в загальному вигляді обмежені, то з метою аналізу принципових ситуацій та одержання прикладних результатів розглядається ряд досить широких, але спеціальних задач. Завдяки звуженню, як завжди, є можливість подальшого просування по шляху розв'язку задач. Такими задачами є осесиметрична задача теорії пружності, плоска задача теорії пружності та задача Сен-Венана. Такий виклад теорії пружності мусить забезпечити досить глибоку загально - наукову ерудицію студентів і вміння вибрати метод та розв'язати прикладні задачі.

Метою вивчення курсу є оволодіння студентами методами розв'язку задач визначення напружено-деформованого стану конструкцій. Після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

Знання

- точних методів постановки та розв'язку задач визначення напружено-деформованого стану
- суті та основ використання конформного відображення
- загальних підходів при використанні варіаційних методів розв'язку
- основ теорії функції комплексної змінної та особливостей її застосування
- принципів побудови та формулювання функції напружень для різних випадків навантаження

Уміння

- правильно визначити тип задачі та відповідні граничні умови
- використовувати та формулювати відповідну функцію напружень для одержання правильного розв'язку
- використовувати загальні розв'язки задач теорії пружності для визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій у часткових випадках
- використовувати в роботі електронні посібники, вітчизняну та іноземну технічну літературу

Навички

- розв'язання задачі Сен-Венана за різних видів навантаження
- одержання розв'язків для задач з багатозв'язними та складними профілями
- розв'язання плоскої задачі з використанням полярної системи координат
- застосування функцій Мусхілішвілі для визначення напружено-деформованого стану
- застосування функції Єрі для визначення напружено-деформованого стану
- використання наближених методів розв'язку задач теорії пружності

Програмні компетентності:

1. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;
2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
3. Здатність аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки;
4. Здатність робити оцінки параметрів працездатності матеріалів, конструкцій і машин в експлуатаційних умовах та знаходити відповідні рішення для забезпечення заданого рівня надійності конструкцій і процесів, в тому числі і за наявності деякої невизначеності;
5. Здатність використовувати аналітичні та чисельні математичні методи для вирішення задач прикладної механіки, зокрема здійснювати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість в процесі статичного та динамічного навантаження з метою оцінки надійності деталей і конструкцій машин;
6. Здатність оптимізувати конструкцію устаткування, машини, агрегату, вузла, тощо з точки зору її міцності, надійності та вартості;
7. Здатність реалізовувати та застосовувати на практиці основні методи та підходи теорії пружності та пластичності з точки зору оцінки граничних станів елементів конструкцій та обладнання.

Програмні результати навчання:

1. Виконувати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість деталей машин;
2. Знання методів обробки математичних моделей сучасними програмними продуктами;
3. Знання сучасних пакетів прикладних програм для розрахунку на міцність, жорсткість та стійкість елементів машинобудівних конструкцій;
4. Знання сучасних чисельних методів;
5. Знання теорії пружності;

6. Уміння готувати вихідні дані для обґрунтування технічних рішень, застосовувати стандартні методики розрахунків при проектуванні елементів машинобудівних конструкцій.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Теорія пружності базується на наступних дисциплінах: Теорія пружності. Частина 1. Напружено-деформований стан, Вища математика, Лінійна алгебра і аналітична геометрія, Загальна фізика, Теоретична механіка, Механіка матеріалів і конструкцій

Знання, здобуті студентами при вивченні цієї дисципліни, використовуються в подальшому при вивченні дисциплін: Поздовжні і крутильні коливання континуальних систем, Згинні коливання стержнів і систем, Теорія пластичності та повзучості.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Задача Сен -Венана.

Тема 1.1. Загальна постановка задачі про навантаження стержня силами прикладеними до його торців. Принцип Сен-Венана. Напівобернений метод Сен - Венана. Розподіл задачі Сен - Венана на найпростіші задачі,.

Тема 1.2. Кручення призматичних стержнів. Функція напружень при крученні.

Тема 1.3. Переміщення при крученні. Теорема про циркуляцію дотичних напружень. Мембранна аналогія.

Тема 1.4. Кручення стержнів з багатозв'язною поперечним перетином. Комплексна функція напружень при крученні.

Тема 1.5. Розв'язок задачі кручення за допомогою варіаційних методів. (Застосування методів Рітца, Кантаровича).

Тема 1.6. Задача згину стержня зосередженою силою. Приведення задачі згину до задачі Неймана.

Тема 1.7. Визначення кута закручування при згині. Центр жорсткості, або центр згину.

Тема 1.8. Розв'язок задачі згину за допомогою функції Тимошенко.

Тема 1.9. Розв'язок задачі згину за допомогою варіаційних принципів.

Розділ 2 Плоска задача теорії пружності.

Тема 2.1. Загальна постановка задачі коли НДС не залежить від однієї з координат. Функція напружень Ері. Функція напружень Праднля.

Тема 2.2. Плоский деформований стан.

Тема 2.3. Узагальнений плоский напружений стан.

Тема 2.4. Розв'язок плоскої задачі у полярних координатах.

Тема 2.5. Розв'язок плоскої задачі за допомогою теорії функцій комплексної змінної. Приведення задачі теорії пружності до задачі теорії функцій комплексної змінної.

Тема 2.6. Функції Мусхелішвілі, степе́нь їх визначенності, їх форма для багатозв'язної скінченної області.

Тема 2.7. Функції Мусхелішвілі нескінченної області. Основні формули при конформному відображенні.

Тема 2.8. Розв'язок задач для круга в степенних рядах та для кільця в рядах Лорана.

Тема 2.9. Розв'язок задач для нескінченної площини з круглим отвором в степенних рядах .

Тема 2.10. Інтеграл типу Коші та його застосування до розв'язку плоскої задачі теорії пружності.

Тема 2.11. Розв'язок задач для круга за допомогою інтегралу типу Коші.

Тема 2.12. Розв'язок задач для нескінченної площини з еліптичним отвором за допомогою інтегралу типу Коші.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Можаровський М. С. Теорія пружності, пластичності і повзучості: Підручн. - К. : Вища школа, 2002. 308 с
2. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Теорія пружності: Підручн у 3-х томах. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2012. — 552 с.
3. Морачковський О.К. Тензорні основи теорії пружності: Навч. посібник – К: НМК ВО, 1992. – 88 с.

Додаткова література

1. Корнілов О.А. Інженерні застосування плоскої задачі теорії пружності в розрахунках на міцність: Навч. Посібник – К: НМК ВО, 1991 – 277 с.
2. Вайсфельд Н.Д. Плоскі мішані задачі теорії пружності для півнескінченної смуги. Монографія – Одеса:ОНУ, 2019 – 159 с.
3. Петренко М.П. Ускладнені задачі теорії пружного тіла. – К:Техніка, 2011 – 160 с.
4. Бабенко А.Є. Методичні вказівки і контрольні роботи з курсу "Теорія пружності" Для студентів спец. "Динаміка, міцність машин"– К: КПІ, 1993 – 44 с.
5. Бабенко А.Є. Методичні вказівки та завдання до теми «Термодинамічні основи, загальні рівняння та варіаційні методи теорії пружності» Для студентів спец. "Динаміка, міцність машин"– К: КПІ, 1994 – 42 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекція 1. Загальна постановка задачі про навантаження стержня силами прикладеними до його торців. Принцип Сен-Венана. Напівобернений метод Сен - Венана. Розподіл задачі Сен - Венана на найпростіші задачі. Кручення призматичних стержнів. Функція напружень при крученні.

Лекція 2. Переміщення при крученні. Теорема про циркуляцію дотичних напружень. Мембранна аналогія.

Лекція 3. Кручення стержнів з багатозв'язною поперечним перетином. Комплексна функція напружень при крученні.

Лекція 4. Розв'язок задачі кручення за допомогою варіаційних методів. (Застосування методів Рітца, Кантаровича).

Лекція 5. Задача згину стержня зосередженою силою. Приведення задачі згину до задачі Неймана. Визначення кута закручування при згині. Центр жорсткості, або центр згину.

Лекція 6. Розв'язок задачі згину за допомогою функції Тимошенко.

Лекція 7. Розв'язок задачі згину за допомогою варіаційних принципів.

Лекція 8. Загальна постановка задачі коли НДС не залежить від однієї з координат. Функція напружень Ері. Функція напружень Праднля.

Лекція 9. Плоский деформований стан. Узагальнений плоский напружений стан. Розв'язок плоскої задачі у полярних координатах.

Лекція 10. Розв'язок плоскої задачі за допомогою теорії функцій комплексної змінної.

Лекція 11. Приведення задачі теорії пружності до задачі теорії функцій комплексної змінної.

Лекція 12. Функції Мусхелішвілі, степе́нь їх визначенності, їх форма для багатозв'язної скінченної області.

Лекція 13. Функції Мусхелішвілі нескінченної області. Основні формули при конформному відображенні.

Лекція 14 Розв'язок задач для круга в степенних рядах та для кільця в рядах Лорана.

Лекція 15 Розв'язок задач для нескінченної площини з круглим отвором в степенних рядах

Лекція 16. Інтеграл типу Коші та його застосування до розв'язку плоскої задачі теорії пружності.

Лекція 17. Розв'язок задач для круга за допомогою інтегралу типу Коші.

Лекція 18. Розв'язок задач для нескінченної площини з еліптичним отвором за допомогою інтегралу типу Коші.

Практичні заняття

Практичне заняття №1. Задача Сен-Венана у загальній постановці. Кручення перерізу у вигляді рівностороннього трикутника. Задача Вебера.

Практичне заняття №2. Кручення нескінченної полоси. Кручення стержня прямокутного перерізу.

Практичне заняття №3. Кручення стержня таврового перерізу.

Практичне заняття №4. Кручення ексцентричного кільця

Практичне заняття №5. Варіаційні методи. Метод Рітца. Метод Кантаровича.

Практичне заняття №6. Модульна контрольна робота №1

Практичне заняття №7. Згин стержня круглого поперечного перерізу

Практичне заняття №8. Згин стержня прямокутного поперечного перерізу

Практичне заняття №9. Задача Головіна. Задача стиску та зсуві нескінченного клина.

Практичне заняття №10. Постановка задачі про навантаження полоси. Плоска задача Сен-Венана.

Практичне заняття №11. Операторний метод розв'язку

Практичне заняття №12. Задача розтягу і стиску полоси. Елементарна теорія балки.

Практичне заняття №13. Поліноміальне навантаження балки

Практичне заняття №14. Модульна контрольна робота №2

Практичне заняття №15. Розв'язок задачі навантаження балки шляхом його розкладу у тригонометричні поліноми

Практичне заняття №16. Розтяг пластинки з отвором

Практичне заняття №17. Навантаження нескінченної пластинки зосередженою силою, зосередженим моментом.

Практичне заняття №18. Розтяг пластинки з еліптичним отвором.

6. Самостійна робота студента

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Кручення призматичних стержнів <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	10
2	Кручення багатозв'язних перерізів <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	10
3	Застосування варіаційних методів для розв'язку задач теорії пружності <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	6
4	Задача Ляме <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	3

5	Згин призматичних стержнів <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	6
6	Поліноміальне навантаження полоси <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	14
7	Використання теорії функцій комплексної змінної у задачах теорії пружності <i>Передбачається самостійна робота студента згідно завдання викладача</i>	14
Політика та контроль		

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Правила відвідування занять

Відвідування всіх видів навчальних занять з дисципліни є для студентів бажаним, оскільки дозволяє більш детально ознайомитися з навчальним матеріалом та отримати консультації і роз'яснення за його змістом.

Якщо заняття проводяться в дистанційному режимі, зокрема в мережі ZOOM, студент свою присутність має засвідчити, ввімкнувши мікрофон і камеру на вимогу викладача.

Контроль присутності студентів на заняттях здійснюється викладачем наприкінці заняття.

Матеріали пропущених занять мають бути відпрацьованими самостійно.

Правила поведінки на заняттях

Студенти на заняття мають з'являтися своєчасно, без запізнь.

На лекційних заняттях студенти повинні мати конспекти. Під час проведення лекційних занять та на практичних заняттях не допускаються сторонні розмови, користування комп'ютерами, смартфонами, мобільними телефонами без дозволу викладача.

Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Ці правила відображені в рейтинговій системі оцінювання (див. п. 8)

Політика дедлайнів та перескладань

Модульні контрольні роботи виконуються студентом 1 раз на парі у присутності викладача. Перескладання контрольної роботи на вищу оцінку не допускається. Оцінювання ступені та якості виконання завдання відбувається відповідно до вимог п.8. Якщо студент був відсутній на контрольній роботі з поважних причин і у нього є про це підтвердження – то він має право, за попередньою домовленістю з викладачем, написати пропущену контрольну роботу у інший час.

Політика щодо академічної доброчесності

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені ІгоряСікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Протягом семестру виконуються такі види контролю успішності студентів у вивченні дисципліни:

- **Поточний контроль.** Включає оцінювання виконання модульних контрольних робіт
- **Календарний контроль.** Проводиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.
- **Семестровий контроль.** Екзамен.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- 1) написання модульних контрольних робіт;
- 2) написання екзамену;
- 3) штрафних та заохочувальних балів.

8.1. Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання

8.1.1. Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота містить 2 практичні завдання та одне теоретичне питання за пройденими на момент її написання матеріалами курсу. Час виконання модульної контрольної роботи становить 90 хвилин. У разі здачі студентом роботи пізніше ніж через 90 хвилин після видачі завдання або у разі виявлення факту списування, бали за модульну контрольну роботу не виставляються. Перездача модульної контрольної роботи з метою підвищення балів не передбачена.

Максимальні бали за виконання завдань модульних контрольних робіт наведені у таблиці

Розподіл балів по завданням модульних контрольних робіт

Номер завдання	МКР №1	МКР №2
Практичне завдання 1	15	7,5
Практичне завдання 2	5	12,5
Теоретичне питання	5	5
Разом	25	25

8.1.2. Допуск до екзамену

Для допуску на екзамен студенту необхідно набрати не менше ніж 30 балів за виконання модульних контрольних робіт. Якщо ця вимога не виконана, то викладачем студенту можуть бути запропоновані додаткові практичні завдання за матеріалами всього курсу дисципліни. Максимальна кількість балів за таке завдання становить 4 бали. Кількість завдань оцінюється за формулою з округленням до цілого числа у більшу сторону:

$$N = \frac{30 - R_{cur}}{4}$$

Де R_{cur} – поточні бали студента.

Результуючий бал за виконання кожного завдання $ДЗ_i$ розраховується з урахуванням коригувального коефіцієнту $K_{кр}$ та визначається як:

$$ДЗ_i = 4 \times K_{кр_i}$$

8.1.3. Екзаменаційна робота

Екзаменаційна робота складається з одного теоретичного питання та однієї практичної задачі, що максимально оцінюються наступним чином:

Теоретичне питання – 25 балів

Практичне завдання – 25 балів

Разом – 50 балів

8.1.4. Коригувальний коефіцієнт

Величина коригувального коефіцієнта $K_{кр}$, що враховує точність відповідей на питання модульних контрольних робіт, додаткових завдань та екзаменаційних питань наведено у таблиці

Критерії оцінювання правильності відповідей на завдання

<i>Критерій</i>	<i>Коригувальний коефіцієнт $K_{кр}$</i>
Вірна відповідь на питання	1
Відповідь містить деякі неточності або несуттєві помилки	0,85-0,94
Відповідь неповна, відсутні основні або базові моменти, що стосуються суті питання	0,75-0,84
Відповідь на питання лише частково торкається суті питання	0,6-0,74
Невірна відповідь на питання	0

8.1.5. Заохочувальні бали нараховуються за:

Участь в оформленні нових завдань для практичних занять, допомозі у підготовці наочного лекційного матеріалу, виконанні додаткового завдання у вигляді задачі за матеріалами курсу наприкінці семестру, допомозі у створенні електронного методичного матеріалу (за умови виконання навчальної програми з дисципліни) - від +1 до +10 балів.

8.2. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Сума набраних рейтингових балів може бути розрахована як:

- 1) кількість набраних балів за модульні контрольні роботи протягом семестру більше або дорівнює 30

$$R = \sum_{i=1}^4 (МКР_i \times K_{кр_i}) + \sum_{j=1}^4 (МКР_j \times K_{кр_j}) + \sum_{m=1}^2 (ЕР_m \times K_{кр_m}) + ЗБ$$

- 2) кількість набраних балів за модульні контрольні роботи протягом семестру менше 30

$$R = \sum_{i=1}^4 (МКР_i \times K_{кр_i}) + \sum_{j=1}^4 (МКР_j \times K_{кр_j}) + \sum_{i=1}^N ДЗ_i + \sum_{m=1}^2 (ЕР_m \times K_{кр_m}) + ЗБ$$

Де $МКР_i$ та $МКР_j$ – бали, набрані за виконання i -го та j -го завдань 1-ї та 2-ї модульної контрольної роботи;

DZ_i – бали за i -те додаткове завдання;

EP_m – бали, набрані за відповіді на питання екзаменаційної роботи;

$K_{кр}$ – відповідні коригувальні коефіцієнти;

$ЗБ$ – сума заохочувальних балів.

8.3. Атестації

Умовою позитивної першої атестації є отримання не менше 60% з усіх можливих балів за виконані завдання з початку навчального семестру і до моменту проведення атестації. Умовою позитивної другої атестації є отримання не менше 60% з усіх можливих балів за виконані завдання за інтервал від першої атестації і до моменту проведення другої атестації.

8.4. Критерії оцінювання:

Набрані протягом навчального семестру бали переводяться до екзаменаційної оцінки згідно таблиці:

Бали	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Кількість набраних балів менша за 30	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРІЯ ПРУЖНОСТІ. ЧАСТИНА 1. КРАЙОВІ ЗАДАЧІ», ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ЕКЗАМЕН

- 1) Загальна постановка задачі коли НДС не залежить від однієї з координат. Функція напружень Ері. Функція напружень Прандтля.
- 2) Плоский деформований стан.
- 3) Узагальнений плоский напружений стан.
- 4) Розв'язок плоскої задачі у полярних координатах.
- 5) Розв'язок плоскої задачі за допомогою теорії функцій комплексної змінної. Приведення задачі теорії пружності до задачі теорії функцій комплексної змінної.
- 6) Функції Мусхелішвілі, степінь їх визначеності, їх форма для багатозв'язної скінченної області.
- 7) Функції Мусхелішвілі нескінченної області. Основні формули при конформному відображенні.
- 8) Розв'язок задач для круга у степеневих рядах та для кільця в рядах Лорана.
- 9) Розв'язок задач для нескінченної площини з круглим отвором у степеневих рядах.
- 10) Інтеграл типу Коші та його застосування до розв'язку плоскої задачі теорії пружності.
- 11) Розв'язок задач для круга за допомогою інтегралу типу Коші.

- 12) Розв'язок задач для нескінченної площини з еліптичним отвором за допомогою інтегралу типу Коші.
- 13) Загальна постановка задачі про навантаження стержня силами прикладеними до його торців. Принцип Сен-Венана. Напівобернений метод Сен - Венана. Розподіл задачі Сен - Венана на найпростіші задачі,.
- 14) Кручення призматичних стержнів. Функція напружень при крученні.
- 15) Переміщення при крученні. Теорема про циркуляцію дотичних напружень. Мембранна аналогія.
- 16) Кручення стержнів з багатозв'язною поперечним перетином. Комплексна функція напружень при крученні.
- 17) Розв'язок задачі кручення за допомогою варіаційних методів. (Застосування методів Рітца, Кантаровича).
- 18) Задача згину стержня зосередженою силою. Приведення задачі згину до задачі Неймана.
- 19) Визначення кута закручування при згині. Центр жорсткості, або центр згину.
- 20) Розв'язок задачі згину за допомогою функції Тимошенко.
- 21) Розв'язок задачі згину за допомогою варіаційних принципів.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: д.т.н., проф., проф. кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів Бабенко А.Є.

к.т.н. Коваль В.В.

Ухвалено: кафедрою ДММ та ОМ (протокол № 15 від 26 червня 2023 р.)

Погоджено: Методичною комісією НН ММІ (протокол № 9 від 30 червня 2023 р.)